

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra pružnosti a pevnosti

Simulace únavových zkoušek oceli 11523

Fatigue Tests Simulation for Steel 11523

Studentka:

Kateřina Macurová

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Radim Halama, Ph.D.

Ostrava 2009

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucímu diplomové práce, Ing. Radimu Halamovi, Ph.D., za jeho rady v průběhu řešení a cenné poznámky k obsahu textu a vypracování diplomové práce.

Tato diplomová práce je příspěvkem ke specifickému výzkumu katedry pružnosti a pevnosti v rámci projektu na Fakultě strojní VŠB-TU Ostrava.

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracovala samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 22. května 2009

.....
podpis studenta

Prohlašuji, že

- byla jsem seznámena s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohou jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě :.....

.....

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

MACUROVÁ, K. Simulace únavových zkoušek oceli 11523 Ostrava: katedra pružnosti a pevnosti, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2009, 63 s. Diplomová práce, vedoucí Halama, R.

Diplomová práce se zabývá využitím modelů zpevnění obsažených v konečnoprvkovém programu Ansys 11 pro simulace napětově-deformační odezvy oceli 11523 v oblasti nízkocyklové únavy a cyklické plasticity. Teoretická část diplomové práce popisuje klasické matematické modely umožňující popis napětově-deformačního chování houževnatých materiálů v oblasti cyklické plasticity a jejich realizaci v programech Ansys a MSC.Marc/Mentat. Na základě provedených zkoušek nízkocyklové únavy a cyklické plasticity na vzorcích z oceli 11523 jsou naladěny vybrané modely zpevnění. Jejich schopnost popsat skutečné chování materiálu je ověřena na základě simulací vybraných zkoušek a porovnání jejich výsledků s experimentálními daty.

ANNOTATION OF THESIS

MACUROVÁ, K. Fatigue Tests Simulations for Steel 11523. Ostrava: Department of Mechanics of Materials, Faculty of Mechanical Engineering VŠB – Technical University of Ostrava, 2009, 63 p. Thesis, head: Halama, R.

Thesis is dealing with the utilization of the hardening models which are included in FEM software Ansys 11 for a simulation of stress-strain relationship for steel 11523 in the sphere of low-cyclical fatigue and cyclic plasticity. Theoretical part of thesis describes the classical mathematical models involved to describe stress-strain relationship for tough metals in the sphere of cyclic plasticity and their realization in software Ansys and MSC.Marc/Mentat. Chosen hardening models are calibrated using fatigue tests realized on the specimen made of steel 11523. Their ability to describe real material behavior is verified on the basis of the simulations of chosen tests and the comparison their results with the experimental data.

OBSAH

Seznam značek	9
Seznam použitých zkratk.....	13
1 ÚVOD	14
2 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY CYKICKÉHO NAMÁHÁNÍ MATERIÁLŮ.....	14
3 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ CYKICKÉ PLASTICITY KOVŮ	18
3.1 Inkrementální teorie plasticity	18
3.1.1 Podmínka plasticity	18
3.1.2 Pravidlo zpevnění	19
3.1.3 Pravidlo plasticity (normality)	20
4 MODEL CYKICKÉ PLASTICITY ZAHRNUTÉ V KONEČNOPRVKOVÝCH PROGRAMECH ANSYS A MSC.MARC/MENTAT	22
4.1 Ansys	22
4.1.1 Klasický bilineární kinematický model zpevnění (BKIN).....	22
4.1.2 Multilineární kinematický model zpevnění (KINH a MKIN).....	24
4.1.3 Nelineární kinematický model zpevnění (CHABOCHE)	26
4.2 MSC.Marc/Mentat	27
4.2.1 Isotropní zpevňování/změkčování.....	28
4.2.2 Nelineární kinematické zpevnění	28
4.2.3 Paměťová složka plastické deformace	29
5 POPIS PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ OCELI 11523 V OBLASTI NÍZKOCYKLOVÉ ÚNAVY A CYKICKÉ PLASTICITY	30
5.1 Zkouška nízkocyklové únavy při konstantním rozkmitu deformace.....	30
5.2 Zkoušky cyklické plasticity při silovém zatěžování s nenulovou střední hodnotou a kombinovaným namáháním tah/tlak – krut	31
5.2.1 Měření deformace extenzometrem	33
5.2.2 Měření metodou korelace digitálního obrazu (DICM)	33
6 NALADĚNÍ VYBRANÝCH MODELŮ ZPEVNĚNÍ MATERIÁLU	35
6.1 Chabocheův nelineární kinematický model zpevnění	35
6.1.1 Stanovení únavových charakteristik oceli 11523	36
6.2 Chabocheův kombinovaný model zpevnění	39
6.2.1 Stanovení koeficientů isotropního zpevnění	39
6.2.2 Naladění koeficientu γ_2	43

6.3	Souhrn získaných materiálových koeficientů.....	45
7	SIMULACE VYBRANÝCH PŘÍPADŮ ZKOUŠEK	46
7.1	Simulace zkoušky s konstantním rozkmitem deformace	46
7.2	Simulace zkoušky s proměnnou hodnotou středního napětí	48
8	NEPROPORCIONÁLNÍ NAMÁHÁNÍ DUTÉHO ZKUŠEBNÍHO VZORKU	49
8.1	Simulace případu 1	50
8.1.1	Srovnání výsledků simulace se záznamem polohy čelistí z experimentu.....	50
8.1.2	Srovnání výsledků simulace se záznamem pořízeným metodou DICM.....	52
8.2	Simulace případu 3	54
8.2.1	Srovnání výsledků simulace se záznamem polohy čelistí z experimentu.....	54
8.2.2	Srovnání výsledků simulace se záznamem pořízeným metodou DICM.....	57
9	ZÁVĚR	59
10	SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ	62
11	PŘÍLOHY	64

Seznam značek

C	[MPa]	materiálový parametr, elastická matice
C_1	[MPa]	materiálový parametr (po aproximaci)
C_2	[MPa]	materiálový parametr (po aproximaci)
C_1^0	[MPa]	materiálový parametr (počáteční odhad)
C_1^0	[MPa]	materiálový parametr (počáteční odhad)
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
E_T	[MPa]	tečný modul
F	[1]	paměťová plocha zatěžování
F_{a1}	[N]	amplituda zátěžné síly případu 1
F_{m1}	[N]	střední hodnota zátěžné síly případu 1
F_{x1}	[N]	zátěžná síla případu 1
F_{a3}	[N]	amplituda zátěžné síly případu 3
F_{m3}	[N]	střední hodnota zátěžné síly případu 3
F_{x3}	[N]	zátěžná síla případu 3
F_{x3N}	[N]	náběh zátěžné síly případu 3
G	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
H	[MPa]	plastický modul, koeficient zpevnění
I	[1]	jednotková matice
K'	[MPa]	koeficient cyklické pevnosti
M	[1]	počet částí kinematického tenzoru
M_{ka1}	[Nm]	amplituda zátěžného krouticího momentu případu 1
M_{kx1}	[Nm]	zátěžný krouticího moment případu 1
M_{ka3}	[Nm]	amplituda zátěžného krouticího momentu případu 3
$[M]$	[1]	matice konstant
N	[1]	počet cyklů
N_f	[1]	počet půlcyklů do lomu

Q_0	[MPa]	materiálová konstanta
Q_M	[MPa]	materiálová konstanta
R	[1]	součinitel proměnlivosti cyklu
R	[MPa]	vnitřní stavová proměnná isotropního zpevnění
R_0	[MPa]	materiálová konstanta nelineárního isotropního zpevnění
R_∞	[MPa]	materiálová konstanta nelineárního isotropního zpevnění
Y	[MPa]	aktuální poloměr plochy plasticity
b	[1]	materiálová konstanta isotropního zpevnění
b	[1]	exponent únavové pevnosti
c	[1]	exponent únavové tažnosti
f	[MPa]	funkce plasticity/zatěžování
k	[MPa]	mez úměrnosti
k	[MPa]	směrnice přímky
k_e	[mm/s]	směrnice tečny experimentu pro u_{x3}
k_s	[mm/s]	směrnice tečny simulace pro u_{x3}
Δl	[mm]	axiální prodloužení vzorku
n	[1]	jednotková normála k ploše plasticity určená dle přírůstku ekvivalentní plastické deformace
n^*	[1]	jednotková normála k ploše plasticity určená dle stavové proměnné ρ
n'	[1]	exponent cyklické pevnosti
dp	[1]	přírůstek ekvivalentní plastické deformace
q	[MPa]	průsečík přímky s osou σ_a
s	[MPa]	deviátor tenzoru napětí
$\{s\}$	[MPa]	deviátor vektoru napětí
u_x	[mm]	axiální posuv vzorku
u_{x1}	[mm]	axiální posuv vzorku případu 1

u_{x3}	[mm]	axiální posuv vzorku případu 3
u_y	[mm]	posuv ve směru osy y
w_k	[1]	váhový faktor podobjemu k
α	[MPa]	kinematický tenzor
$\{\alpha\}$	[MPa]	kinematický vektor
$d\alpha$	[MPa]	přírůstek kinematického tenzoru
γ	[1]	materiálová konstanta
γ_1	[1]	materiálová konstanta po aproximace
γ_2	[1]	materiálová konstanta ovlivňující ratcheting
γ_1^0	[1]	počáteční odhad materiálové konstanty
γ_1	[1]	smyková deformace (zkosení) případu 1
γ_3	[1]	smyková deformace (zkosení) případu 3
$\Delta\gamma_1$	[1]	rozkmit smykové deformace případu 1
$\Delta\gamma_3$	[1]	rozkmit smykové deformace případu 3
$\{\Delta\epsilon^{pl}\}$	[1]	přírůstek plastické deformace
$\{\Delta\epsilon^{sh}\}$	[1]	přírůstek <i>shift strain</i>
$\Delta\hat{\epsilon}_n^{pl}$	[1]	přírůstek ekvivalentní plastické deformace
$\Delta\epsilon_{x1R}$	[1]	rozdíl deformačních rozkmitů
$d\epsilon_p$	[1]	přírůstek plastické deformace
$\delta\epsilon_p$	[1]	přírůstek plastické deformace za cyklus měřený ve vrcholech smyček po stabilizaci deformační odezvy
$d\zeta$	[1]	přírůstek stavové proměnné
$d\lambda$	[1]	skalární součinitel
$d\rho$	[1]	přírůstek stavové proměnné dle MSC.Marc
$d\sigma$	[MPa]	přírůstek napětí
$\Delta\sigma$	[MPa]	přírůstek napětí

ε	[1]	celková deformace
$\{\varepsilon^{\text{tr}}\}$	[1]	vektor plastické deformace v n-tém kroku, <i>trial strain</i>
ε_a	[1]	amplituda deformace
ε_{ac}	[1]	celková amplituda deformace
ε_{ae}	[1]	amplituda elastické deformace
ε_{ap}	[1]	amplituda plastické deformace
ε_f'	[1]	únavová tažnost
ε_p	[1]	plastická deformace
$\{\varepsilon^{\text{el}}\}$	[1]	vektor elastické deformace
$\hat{\varepsilon}^{pl}$	[1]	ekvivalentní plastická deformace
$\{\varepsilon^{\text{sh}}\}$	[1]	vektor <i>shift strain</i>
ζ	[1]	stavová proměnná dle MSC.Marc
λ	[1]	přírůstek plastické deformace
μ	[1]	Poissonovo číslo
ρ	[1]	stavová proměnná
σ	[MPa]	napětí
$\boldsymbol{\sigma}$	[MPa]	tenzor napětí
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	[MPa]	hlavní napětí
σ_a	[MPa]	amplituda napětí
σ_{aAP}	[MPa]	napětí obdržené aproximační rovnicí s parametry po aproximaci
σ_{a0}	[MPa]	napětí obdržené aproximační rovnicí s parametry počátečního odhadu
σ_d	[MPa]	dolní napětí
σ_f'	[MPa]	únavová pevnost
σ_h	[MPa]	horní napětí
σ_m	[MPa]	střední napětí

σ_M	[MPa]	maximální tahové napětí
σ_{Ms}	[MPa]	stabilizované tahové napětí
σ_{M0}	[MPa]	počáteční tahové napětí
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	[MPa]	normálové složky napětí
σ_Y	[MPa]	mez kluzu
σ_Y^0	[MPa]	počáteční odhad meze kluzu
$\{\sigma\}$	[MPa]	vektor napětí
$\hat{\sigma}_e^{pl}$	[MPa]	ekvivalentní plastické napětí
φ_x	[deg]	úhel zkroucení kolem osy x
φ_{x1}	[deg]	úhel zkroucení kolem osy x případu 1
φ_{x3}	[deg]	úhel zkroucení kolem osy x případu 3

Seznam použitých zkratk

CHAB	Chabocheův nelineární kinematický model zpevnění
DICM	Metoda měření digitálního obrazu
LS1	zátěžný krok 1 (<i>load step</i>)
LS2	zátěžný krok 2 (<i>load step</i>)
NLISO	Nelineární isotropní model zpevnění

1 ÚVOD

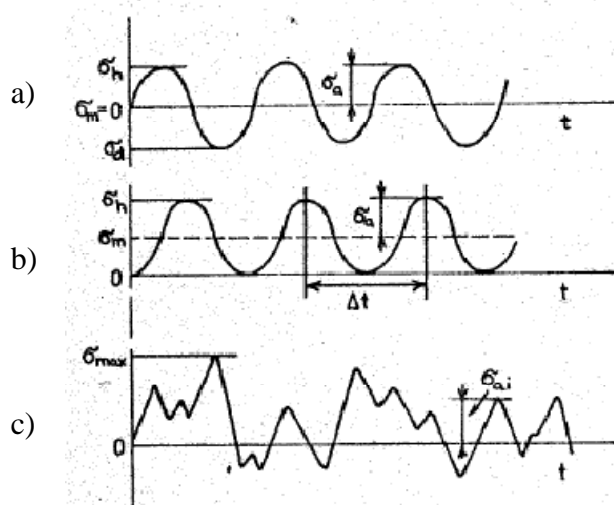
Únavou materiálu je rozuměna změna struktury materiálu a jeho vlastností s působením časově proměnné složky napětí. Působením časově proměnné složky napětí dochází v úzce lokalizovaném objemu materiálu k rozvoji opakované plastické deformace, který v konečném důsledku vede k vyčerpání deformačních schopností materiálu a k iniciaci trhliny [2]. Z toho hlediska nelze únavu materiálu opomenout.

Na základě experimentů byly odvozeny empirické vztahy popisující vzájemnou závislost napětí a deformace při cyklickém zatěžování vedoucím k únavě. Rozvoj výpočetní techniky a s ním spojeném používání metody konečných prvků s sebou přinesl včlenění únavy materiálů do numerických výpočtů v podobě inkrementální teorie plasticity.

Odvozené empirické závislosti mezi napětím a deformací a principy inkrementální teorie plasticity jsou popsány níže.

2 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY CYKlickÉHO NAMÁHÁNÍ MATERIÁLŮ

Většina svařovaných konstrukcí, konstrukčních uzlů a strojních součástí je v provozu namáhána časově proměnným, kmitavým napětím. Hodnota napětí se buď pravidelně, cyklicky nebo nepravidelně stochasticky, mění. Cyklické zatěžování může mít v zásadě dvojí charakter, střídavý a mĕjivý. Časový průběh základních typů kmitavého namáhání je uveden na obr. 1.



Obr. 1: Časový průběh základních typů časového namáhání:
a) střídavý cyklus, b) mĕjivý cyklus, c) stochastické namáhání

Střední napětí σ_m je dané vztahem

$$\sigma_m = \frac{(\sigma_h + \sigma_d)}{2}. \quad (1.1)$$

Amplitudu cyklického namáhání σ_a lze stanovit ze vztahu

$$\sigma_a = \frac{(\sigma_h - \sigma_d)}{2}. \quad (1.2)$$

K charakterizaci způsobu cyklického namáhání se stanovuje součinitel proměnlivosti cyklu R dle vztahu

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = \frac{2\sigma_m}{\sigma_h} - 1. \quad (1.3)$$

Jestliže $R = 1$, je materiál namáhán statickým tahem nebo tlakem, když $R = -1$, je namáhání materiálu střídavé, při $R = 0$ míjivé v tahu a při $R = -\infty$ je materiál namáhán míjivým tlakovým napětím.

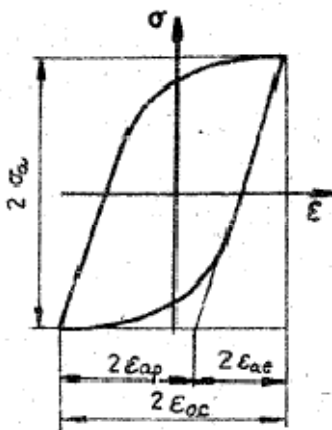
Cyklické namáhání vyvolává v materiálu deformaci, která se v průběhu zatěžování mění. V technické praxi se uvažuje, že při překročení hodnoty meze pružnosti, dochází ke vzniku plastické deformace. Závislost napětí σ na deformaci ε materiálu v bodě tělesa je určena hysterezními smyčkami, jejichž plochy jsou úměrné energii absorbované materiálem v jednom zátěžném cyklu.

Ke studiu vlastností materiálu se uvažují dva idealizované případy cyklického namáhání materiálu, $\sigma_a = \text{konst.}$ (**měkké zatěžování**) nebo $\varepsilon_a = \text{konst.}$ (**tvrdé zatěžování**) [1]. Deformace, jež vyvolá cyklické napětí, má jako při statickém namáhání dvě složky, elastickou ε_e a plastickou ε_p , což platí i pro amplitudy deformace $\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap}$. S rostoucím počtem cyklů N dochází ke stabilizaci hysterezní smyčky, z čehož vyplývá, že při dostatečně vysokém počtu N zůstává ε_a při měkkém cyklu nebo σ_a při tvrdém cyklu konstantní.

Jestliže při měkkém cyklu s rostoucím N amplituda plastické deformace klesá nebo při tvrdém cyklu amplituda napětí s rostoucím N roste, pak materiál cyklicky zpevňuje. V opačném případě materiál v průběhu cyklického namáhání cyklicky změkčuje. Z vrcholových bodů stabilizovaných hysterezních smyček, braných v polovině životnosti vzorků, lze získat cyklickou deformační křivku vyjadřující závislost $\sigma_a - \varepsilon_a$, resp. $\sigma_a - \varepsilon_{ap}$. Cyklická deformační křivka se liší od statické deformační křivky v důsledku změn mechanických vlastností materiálu při cyklickém zatěžování, tzn. v důsledku zpevňování či změkčování materiálu.

Ve schématu ustálené hysterezní smyčky, obr. 2, značí amplituda napětí σ_a poloviční výšku smyčky, amplituda plastické deformace ε_{ap} značí její poloviční šířku a amplituda elastické deformace plyne z Hookeova zákona. Amplitudu celkové deformace lze pak psát ve tvaru

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \varepsilon_{ap}. \quad (1.4)$$



Obr. 2: Hysterezní smyčka

Pro amplitudu napětí a plastické deformace platí vztah

$$\sigma_a = K' \varepsilon_{ap}^{n'}, \quad (1.5)$$

kde K' je koeficient cyklické pevnosti a n' exponent cyklické pevnosti.

Dosazením této rovnice do (1.4) dostaneme rovnici cyklické deformační křivky

$$\varepsilon_{ac} = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}}. \quad (1.6)$$

V důsledku cyklického zatěžování dochází při dostatečné hodnotě amplitudy napětí σ_a ke kumulaci poškození materiálu, jež nakonec vede k lomu strojní součásti. Při malých počtech cyklů do lomu $2N_f$ je pro životnost součásti určující plastická složka amplitudy deformace ε_{ap} , při vysokých počtech cyklů do lomu $2N_f$ elastická složka amplitudy deformace ε_{ae} . Počet půlcyklů, při němž je elastická složka amplitudy deformace 10x větší než amplituda plastická, se používá jako kritérium rozlišení oblasti nízkocyklové a vysokocyklové únavy materiálu [1].

V oblasti nízkocyklové únavy je parametrem únavového poškození materiálu stupeň plastické deformace. Závislost počtu cyklů do lomu na amplitudě plastické deformace udává *Manson-Coffinův vztah*

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_f' (2N_f)^c, \quad (1.7)$$

kde ε_f' je konstanta materiálu a vyjadřuje únavovou tažnost a c je exponent únavové tažnosti.

Elastické amplitudě deformace vyhovuje *Basquinův vztah*

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b, \quad (1.8)$$

v němž je σ_f' konstanta materiálu zvaná únavová pevnost a b je exponent únavové pevnosti.

Amplituda celkového poměrného prodloužení je pak ve tvaru

$$\varepsilon_{ac} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c. \quad (1.9)$$

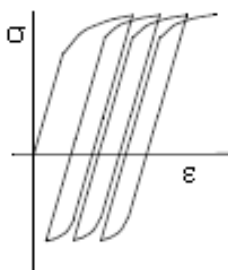
Konstanty ε_f' , c , σ_f' , b , K' a n' jsou na sobě vzájemně závislé. Jestliže platí

$$K' = \frac{\sigma_f}{\varepsilon_f^{n'}}, \quad (1.10)$$

$$\text{a} \quad n' = \frac{b}{c}. \quad (1.11)$$

Chování kovových materiálů při cyklickém namáhání je možno rozdělit do čtyř skupin:

- 1) **Dokonale pružné** – Materiál se chová elasticky a lze předpokládat, že nedojde k porušení.
- 2) **Elastické přizpůsobení (elastic shakedown)** – Plastická deformace se objevuje pouze v prvních cyklech, po ustálení odezvy se materiál chová elasticky.
- 3) **Plastické přizpůsobení (plastic shakedown)** – Vznikne uzavřená hysterezní smyčka.
- 4) **Cyklické tečení (ratcheting)** – S každým cyklem narůstá deformace. Nedojde k uzavření hysterezní smyčky.



Obr. 3: Ratcheting

3 NUMERICKÉ MODELOVÁNÍ CYKICKÉ PLASTICITY KOVŮ

3.1 Inkrementální teorie plasticity

Úlohy v elastoplastické oblasti se nejčastěji numericky řeší použitím, tzv. *inkrementální teorie plasticity* [3]. Nevratné deformace vznikají při překročení určité meze napětí (v případě jednoosé napjatosti tzn. mez kluzu v tahu σ_Y) okamžitě, tedy nezávisle na čase (rate-independent plasticity). Plastické chování materiálu charakterizují tři experimentálně stanovené fenomény: *podmínka plasticity*, *pravidlo zpevnění* a *pravidlo plasticity (normality)*.

3.1.1 Podmínka plasticity

Funkce plasticity f , která se nazývá *podmínkou plasticity* (angl. *yield criterion*), má pro jednoosou napjatost vztah

$$f = \sigma_1 - \sigma_Y = 0. \quad (2.1)$$

Pro obecný stav napjatosti lze rovnici (2.1) psát ve tvaru

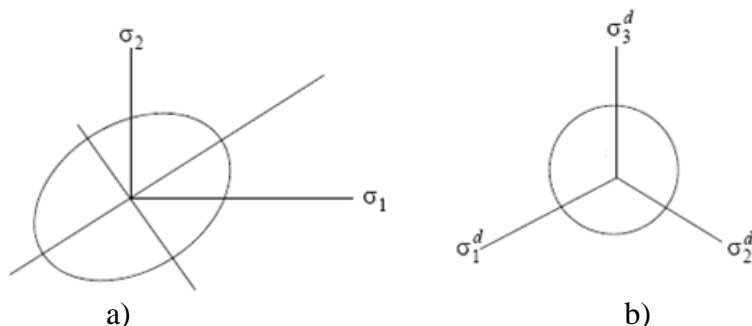
$$f(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_Y = 0, \quad (2.2)$$

v němž $f(\boldsymbol{\sigma})$ je funkcí složek tenzoru napětí (může být interpretováno jako ekvivalentní napětí), pro houževnaté materiály nejčastěji vyjádřený von Misesovou podmínkou plasticity

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}, \quad (2.3)$$

kde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jsou hlavní napětí a \mathbf{s} je deviator napětí.

Ekvivalentní napětí nemůže nikdy přesáhnout σ_Y , protože v případě okamžitě vzniklé plastické deformace je napětí redukováno na σ_Y . *Plochou plasticity* se nazývá podmínka plasticity zobrazená v souřadném systému hlavních napětí.



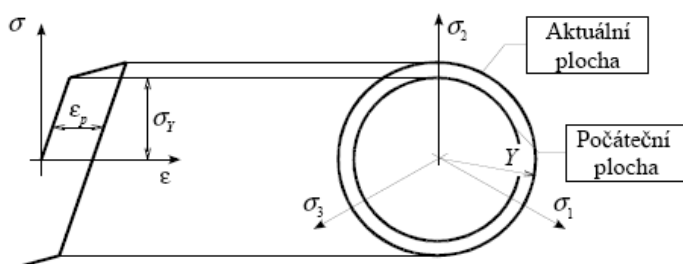
Obr. 4: Plocha plasticity: a) rovinná napjatost, b) prostorová napjatost (zobrazení v deviatorové rovině)

3.1.2 Pravidlo zpevnění

Ideálně plastický materiál má plochu plasticity neměnnou, materiál se zpevněním může mít plochu plasticity proměnnou ve tvaru i poloze. Pravidlo zpevnění určuje, jakým způsobem se mění původní plocha plasticity při zatěžování. Zde uvedená pravidla zpevnění uvažují změnu plochy plasticity co do velikosti a polohy. Rozlišují se tři základní druhy zpevnění: *isotropní*, *kinematické* a *kombinované*.

Isotropní zpevnění

U isotropního zpevnění dochází při postupném zatěžování ke stejnoměrnému zvětšování plochy plasticity, která ovšem zachovává svou původní polohu s počátkem v počátku souřadného systému. Isotropní pravidlo zpevnění udává, že ke vzniku reverzní plastické deformace dochází až při stejné hodnotě napětí jako v obráceném směru, což je patrné z obr. 5.



Obr. 5: Isotropní zpevnění

Podmínka plasticity má tvar $f(\sigma) = f(\sigma) - Y = 0$, (2.4)

kde Y je vnitřní řídicí proměnnou a udává aktuální poloměr plochy plasticity v deviatorové rovině.

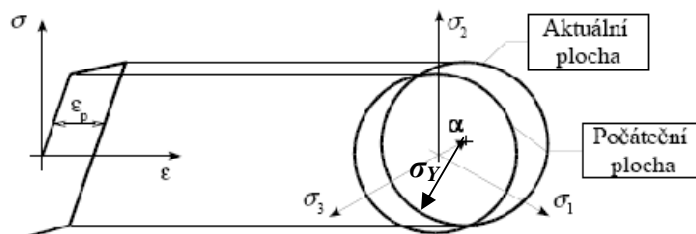
Isotropní model je vhodné použít jen v případě monotónního proporcionálního zatěžování. V případě neproporcionálního a cyklického zatěžování neodpovídá chování tvárných materiálů.

Kinematické zpevnění

Při kinematické zpevnění dochází k posouvání plochy plasticity, která má konstantní poloměr, v prostoru hlavních napětí. Nastává zde tzv. *Bauschingerův efekt*, kdy mez kluzu v tahu je větší než v tlaku.

Podmínka plasticity je formulována vztahem: $f(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_Y = 0$, (2.5)

v němž $\boldsymbol{\alpha}$ je kinematický tenzor (angl. *backstress*) určující polohu středu plochy plasticity, v tomto případě vnitřní řídicí proměnná.



Obr. 6: Kinematické zpevnění

Při simulaci cyklického namáhání je vždy nutné u tvárných materiálů použít kinematické pravidlo zpevnění.

Kombinované zpevnění

Kombinovaný model zpevnění superponuje vlastnosti isotropního a kinematického modelu, dochází tedy k posouvání i změně velikosti plochy plasticity.

Podmínka plasticity kombinovaného modelu je ve tvaru

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - Y = 0, \quad (2.6)$$

Kombinovaný model se používá při modelování stabilizace napětí-ově-deformační odezvy v počátečních cyklech (cyklické zpevnění nebo změkčení).

3.1.3 Pravidlo plasticity (normality)

Kvůli změně plochy plasticity u materiálů se zpevněním se aktuální (následná) plocha plasticity nazývá plocha zatěžování a je definována tzv. *funkcí zatěžování*.

$$f = f(\boldsymbol{\sigma}, Y, \boldsymbol{\alpha}), \quad (2.7)$$

kde vliv zpevnění vyjadřují veličiny Y a $\boldsymbol{\alpha}$. Přírůstek funkce zatěžování je vyjádřen totálním diferenciálem

$$df = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial Y} dY + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\alpha}} : d\boldsymbol{\alpha}. \quad (2.8)$$

Každá napjatost může být zachycena v prostoru hlavních napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jedním bodem. Jestliže je těleso zatěžováno, dochází ke změně polohy tohoto bodu a vytváří se tzv. *dráha zatěžování*.

Vyvolá-li napjatost v bodě tělesa plastickou deformaci, pak musíme zůstat na ploše zatěžování.

Obecně může v daném okamžiku dojít ke třem stavům zatěžování:

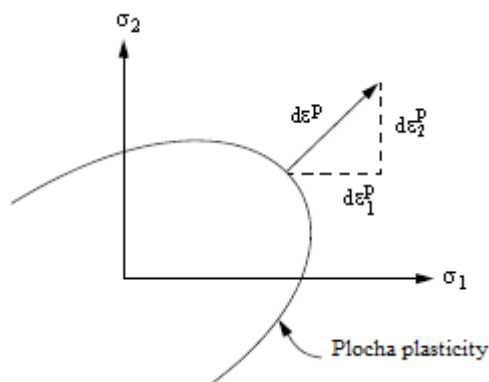
1. **Odlehčování** $f = 0, df < 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma < 0$
2. **Neutrální zatěžování** $f = 0, df = 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma = 0$
3. **Zatěžování** $f = 0, df = 0, \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma > 0$

První dva stavy se označují jako *pasivní zatížení*, třetí jako *zatížení aktivní*. Vývoj plastické deformace v případě aktivního zatížení udává *pravidlo plasticity* (angl. *flow rule*).

Pravidlo plasticity popisuje diferenciální změnu plastické složky deformace jako funkci současného napěťového stavu:

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}, \quad (2.9)$$

kde člen $\frac{\partial f}{\partial \sigma}$ má ve vektorovém smyslu směr normály k ploše plasticity a $d\lambda$ značí ekvivalentní přírůstek plastické deformace (bývá označován jako skalární součinitel).



Obr. 7: Zobrazení pravidla plasticity ve 2D napěťovém prostoru

4 MODEL CYKICKÉ PLASTICITY ZAHRNUTÉ V KONEČNOPRVKOVÝCH PROGRAMECH ANSYS A MSC.MARC/MENTAT

Jak bylo uvedeno dříve, v případě cyklického zatěžování je nutné vzít v úvahu kinematické pravidlo zpevnění. Jednotlivé modely cyklické plasticity se v inkrementální teorii plasticity, jež je užívána konečnoprvkovými programy, nejčastěji liší pouze v řídicí rovnici pro změnu kinematického tenzoru α .

4.1 Ansys

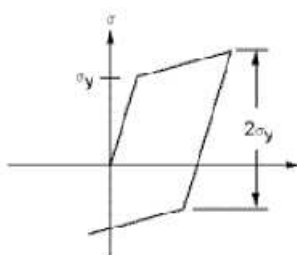
Program Ansys obsahuje několik modelů zpevnění [4]. Z hlediska kinematického zpevnění se jedná o modely: *Klasický bilineární kinematický model zpevnění*, *Multilineární kinematický model zpevnění* a *Nelineární kinematický model zpevnění*. Zastoupené isotropní modely zpevnění v Ansysu jsou: *Bilineární isotropní model zpevnění*, *Multilineární isotropní model zpevnění* a *Nelineární isotropní model zpevnění*. Kombinací jednotlivých kinematických modelů s jednotlivými isotropními modely zpevnění je možno simulovat komplexní materiálové chování.

Jako modely cyklické plasticity jsou níže uvedeny pouze popisy kinematických modelů zpevnění. Nelineární kinematický model zpevnění (CHABOCHE) je zde uveden již ve své kombinované formě s nelineárním isotropním modelem.

Jak si pozorný čtenář jistě povšimne, při popisu modelů cyklické plasticity obsažených v programu Ansys je dodržen vektorový zápis, který odpovídá internímu zápisu programu.

4.1.1 Klasický bilineární kinematický model zpevnění (BKIN)

Bilineární kinematický model zpevnění je v Ansysu označován zkratkou BKIN a je vytvořen dle Pragera. BKIN model je doporučován pro malé plastické deformace. Tento model je schopný zachytit Bauschingerův efekt, což je patrné na obr. 6 a 8.



Obr. 8: Bauschingerův efekt

Bilineární kinematický model užívá von Misesovu podmínku plasticity s asociovaným pravidlem plasticity a kinematickým zpevněním. Ekvivalentní napětí je tedy vyjádřeno

$$\text{vztahem } f(\sigma) = \left[\frac{3}{2} (\{s\} - \{\alpha\})^T [M] (\{s\} - \{\alpha\}) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.1)$$

$$\text{kde } \{s\} \text{ je deviátor vektoru napětí, } [M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ je matice konstant a } \{\alpha\} \text{ je}$$

kinematický vektor.

$$\text{Deviátor vektoru napětí lze stanovit výrazem } \{s\} = \{\sigma\} - \sigma_m [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad (3.2)$$

jestliže σ_m je střední či hydrostatické napětí ve tvaru $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$.

Ze vztahu (3.1) je patrné, že ekvivalentní napětí závisí na deviátoru napětí a plasticita nezávisí na hydrostatickém napětí.

$$\text{Podmínka plasticity je potom } f = \left[\frac{3}{2} (\{s\} - \{\alpha\})^T [M] (\{s\} - \{\alpha\}) \right]^{\frac{1}{2}} - \sigma_Y = 0. \quad (3.3)$$

Asociované pravidlo plasticity s von Misesovou podmínkou plasticity je známo jako *Prandtl-Reussova rovnice tečení* (angl. *Prandtl-Reuss flow equation*)

$$\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} = \frac{3}{2f(\sigma)} (\{s\} - \{\alpha\}). \quad (3.4)$$

Přírůstek plastické deformace má směr normály k ploše plasticity.

$$\text{Kinematický vektor je lineárně závislý na deformaci dle vztahu } \{\alpha\} = 2G\{\varepsilon^{sh}\}, \quad (3.5)$$

kde $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ je modul pružnosti ve smyku, jež je funkcí Youngova modulu E a Poissonova číslo μ .

Ansysis ve výpočtu zavádí *shift strain* (deformace přemístění)

$$\{\varepsilon_n^{sh}\} = \{\varepsilon_{n-1}^{sh}\} + \{\Delta\varepsilon^{sh}\}, \quad (3.6)$$

$$\text{jejíž změnu lze vyjádřit jako } \{\Delta\varepsilon^{sh}\} = \frac{C}{2G} \{\Delta\varepsilon^{pl}\}, \quad (3.7)$$

kde $C = \frac{2EE_T}{3E-E_T}$ je materiálový parametr, který je funkcí Youngova modulu E a tečného modulu E_T stanoveného z bilineární jednoosé napětí-ově-deformační křivky. Deformace přemístění je na počátku nulová a mění se s následným plastickým namáháním.

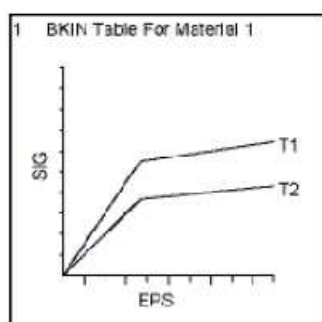
Ekvivalentní plastická deformace je závislá na historii zatěžování a je definována vztahem: $\hat{\varepsilon}_n^{pl} = \hat{\varepsilon}_{n-1}^{pl} + \Delta\hat{\varepsilon}^{pl}$, (3.8)

kde $\hat{\varepsilon}_n^{pl}$ je ekvivalentní plastická deformace pro daný okamžik a $\hat{\varepsilon}_{n-1}^{pl}$ je ekvivalentní plastická deformace pro předchozí okamžik.

Odpovídající (ekvivalentní) napětí je definováno rovnicí

$$\hat{\sigma}_e^{pl} = \sigma_Y + \frac{EE_T}{E-E_T} \hat{\varepsilon}_n^{pl}, \quad (3.9)$$

v níž $\hat{\sigma}_e^{pl}$ je ekvivalentním napěťovým parametrem plastické deformace. Je-li plastická deformace nulová, pak $\hat{\sigma}_e^{pl} = \sigma_Y$. $\hat{\sigma}_e^{pl}$ nabývá své hodnoty pouze v průběhu prvního, monotónně rostoucího zatížení (monotónní tahová křivka).



Obr. 9: Napěťově-deformační křivka bilineárního kinemického modelu pro materiál při teplotách $T_2 > T_1$

4.1.2 Multilineární kinemický model zpevnění (KINH a MKIN)

MKIN model užívá Besselingova předpokladu, že chování materiálu lze popsat rozložením materiálu na více podobjemů, které s užitím KINH modelu dle Rice přes váhový faktor přísluší stejné celkové deformaci, ale mají různou mez kluzu. Každý podobjem (pro rovinnou napjatost vrstva) má jednoduchou napěťově-deformační odezvu, kdy komplexního chování materiálu je dosaženo při kombinaci všech podobjemů. Tímto postupem je dosaženo multilineární napěťově-deformační křivky, která vykazuje kinemické zpevnění (Bauschingerův efekt).

Výpočet plasticity je založen na následujících krocích:

- a) Určení úseku každého podobjemu a jeho meze kluzu.

- b) Výpočet plastického přírůstku pro každý podobjem, odpovídá-li suma všech přírůstků stejné celkové deformaci.
- c) Individuální přírůstky plastické deformace jsou sečteny užitím váhových faktorů určených v kroku a) k výpočtu celkového přírůstku plastické deformace.
- d) Plastická deformace je aktualizována a elastická deformace je dopočítána.

Úsek celkového objemu (váhový faktor) a mez kluzu každého podobjemu jsou určeny srovnáním materiálové odezvy s jednoosou napětí-ově-deformační křivkou.

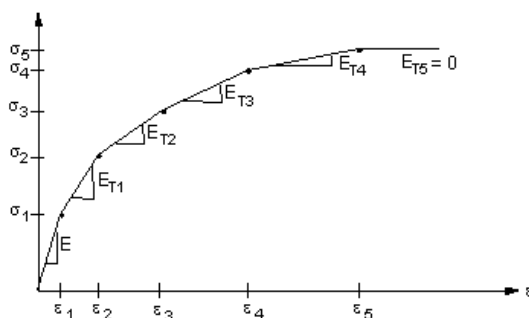
Při uvážení dokonale plastického von Misesova materiálu a jeho materiálových vlastností pro podobjem k lze psát

$$w_k = \frac{E - E_{Tk}}{E - \frac{1-2\mu}{3}E_{Tk}} - \sum_{i=1}^{k-1} w_i, \quad (3.10)$$

kde w_k je váhový faktor podobjemu k a je vyhodnocen postupně od 1 do čísla podobjemu,

E_{Tk} je sklon k -tého segmentu napětí-ově-deformační křivky

$\sum w_i$ je suma váhových faktorů pro předešle vyhodnocené podobjemy.



Obr. 10: Jednoosé chování pro multilineární kinematický model

Mez pružnosti pro každý podobjem je stanovena dle vztahu

$$\sigma_{Yk} = \frac{1}{2(1+\mu)} (3E\varepsilon_k - (1 - 2\mu)\sigma_k), \quad (3.11)$$

Jestliže σ_k , ε_k jsou body zlomu v napětí-ově-deformační křivce. Počet podobjemů koresponduje s počtem bodů zlomu.

Přírůstek plastické deformace $\{\Delta\varepsilon_k^{pl}\}$ pro každý podobjem je vypočítán užitím von Misesovy podmínky plasticity a pravidla plasticity.

Přírůstek plastické deformace pro celkový objem je sumou přírůstků podobjemů:

$$\{\Delta \varepsilon^{pl}\} = \sum_{i=1}^{N_{SV}} w_i \{\Delta \varepsilon_i^{pl}\}, \quad (3.12)$$

jestliže N_{SV} je počet podobjemů.

Odpovídající plastická deformace se určuje dle vztahu

$$\{\varepsilon_n^{pl}\} = \{\varepsilon_{n-1}^{pl}\} + \{\Delta \varepsilon^{pl}\}. \quad (3.13)$$

$$\text{A odpovídající elastická deformace podle rovnice: } \{\varepsilon^{el}\} = \{\varepsilon^{tr}\} - \{\Delta \varepsilon^{pl}\}, \quad (3.14)$$

kde figuruje vektor plastické deformace v n-tém kroku (angl. *trial strain*), což je celková deformace mínus plastická deformace v předchozím časovém okamžiku

$$\{\varepsilon_n^{tr}\} = \{\varepsilon_n\} - \{\varepsilon_{n-1}^{pl}\}. \quad (3.15)$$

Ekvivalentní plastická deformace $\hat{\varepsilon}_n^{pl}$ je definována rovnicí (3.8) a ekvivalentní napětový parametr $\hat{\sigma}_e^{pl}$ je vypočítán vyhodnocením vstupní napětově-deformační křivky v $\hat{\varepsilon}_n^{pl}$ (po přizpůsobení křivky elastické deformační složce).

4.1.3 Nelineární kinematický model zpevnění (CHABOCHE)

Nelineární kinematický model obsažený v Ansysu užívá Chabocheův model a je vícesložkový. Umožňuje superponovat několik kinematických modelů zpevnění. Stejně jako BKIN a MKIN umožňuje simulovat monotónní zpevnění a Bauschingerův efekt. Dovoluje také simulovat ratcheting a přizpůsobení materiálu. Kombinací Chabocheova modelu s isotropními modely zpevnění (bilineárním BISO, multilineárním MISO či nelineárním NLISO) je rozšířena jeho schopnost o simulování cyklického zpevňování či změkčování.

Stavové rovnice jsou založeny na lineární isotropní elasticitě, von Misesově podmínce plasticity a asociovaném pravidle plasticity.

$$\text{Podmínka plasticity je } f = \left[\frac{3}{2} (\{s\} - \{\alpha\})^T [M] (\{s\} - \{\alpha\}) \right]^{\frac{1}{2}} - R = 0, \quad (3.16)$$

kde R je proměnná isotropního zpevnění.

$$\text{Pravidlo plasticity (normality) je ve tvaru } \{\Delta \varepsilon^{pl}\} = \lambda \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}. \quad (3.17)$$

Kinematický vektor $\{\alpha\}$ je superpozicí několika kinematických modelů

$$\{\alpha\} = \sum_{i=1}^n \{\alpha\}_i, \quad (3.18)$$

je-li n počet superponovaných modelů.

Evoluce kinematického vektoru pro každý komponent je definována Armstrong-Frederickovým pravidlem

$$\{\Delta\alpha\}_i = \frac{2}{3} C_i \{\Delta\varepsilon^{pl}\} - \gamma_i \{\alpha\}_i \lambda, \quad (3.19)$$

kde C_i , γ_i pro $i = 1, 2, \dots, n$ jsou materiálové konstanty kinematického zpevnění.

Asociované podmínce plasticity odpovídá rovnice (3.4). Přírůstek plastické deformace pak lze psát ve tvaru $\{\Delta\varepsilon^{pl}\} = \frac{3}{2} \lambda \frac{\{s\} - \{\alpha\}}{f(\sigma)}$. (3.20)

Přírůstek ekvivalentní plastické deformace je poté $\Delta\hat{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \{\Delta\varepsilon^{pl}\}^T [M] \{\Delta\varepsilon^{pl}\}} = \lambda$. (3.21)

Sečteme-li přírůstky ekvivalentní plastické deformace, dostaneme akumulovanou plastickou deformaci $\hat{\varepsilon}^{pl} = \sum \Delta\hat{\varepsilon}^{pl}$. (3.22)

Proměnná isotropního zpevnění může být definována Voceho pravidlem zpevnění

$$R = k + R_0 \hat{\varepsilon}^{pl} + R_\infty (1 - e^{-b \hat{\varepsilon}^{pl}}), \quad (3.23)$$

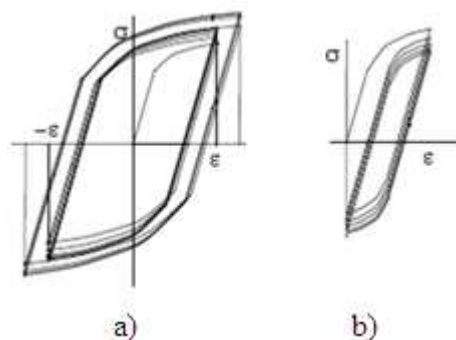
jestliže je k počáteční poloměr plochy plasticity σ_Y a R_0 , R_∞ , b jsou materiálové konstanty charakterizující isotropní zpevnění materiálu.

4.2 MSC.Marc/Mentat

Model cyklické plasticity je založen na práci Chaboche. MSC.Marc, verze 2005, obsahuje pouze základní model založený na kinematickém pravidle Armstronga a Fredericka a paměťovou složku plastické deformace [5].

Použitý model kombinuje isotropní pravidlo zpevnění k popisu cyklického zpevnění či změkčování a nelineární kinematické pravidlo zpevnění pro zachycení skutečné charakteristiky cyklické plasticity jako jsou Bauschingerův efekt, ratcheting a efekt relaxace středního napětí. Vliv rozsahu plastické deformace na cyklickou stabilizaci je realizován přes proměnnou paměťovou složku plastické deformace.

Při popisu modelů cyklické plasticity obsažených v programu MSC.Marc/Mentat je dodržen tenzorový zápis, který odpovídá popisu modelů v tomto programu.



Obr. 11: Typy chování materiálu, jež mohou být simulovány cyklickým plastickým modelem - a) cyklické zpevnňování při víceústupňovém cyklickém zatěžování, b) relaxace středního napětí

Podmínka plasticity dle von Misesa je ve tvaru

$$f = f(\sigma) - (R + k), \quad (3.24)$$

jestliže $f(\sigma)$ odpovídá rovnici (3.1), k je počáteční poloměr plochy plasticity a R je isotropní proměnná.

4.2.1 Isotropní zpevnňování/změkčování

Isotropní zpevnňování/změkčování určuje velikost elastické oblasti během plastického zatěžování. Tento model je řízen parametry R a k . Počáteční podmínky cyklického zpevnňování jsou dány: $k = \sigma_Y$ a $R = 0$. Je-li na počátku uvažováno cyklické změkčování, pak jsou počáteční podmínky ve tvaru: $k = \sigma_Y - R_0$ a $R = R_0$.

$$\text{Evoluce isotropní proměnné } R \text{ je popsána rovnicí } dR = b(R_\infty - R)d\lambda, \quad (3.25)$$

kde b a R_∞ jsou materiálové konstanty. R_∞ představuje limitní hodnotu isotropní proměnné.

$$\text{V případě zpevnňování pak platí } R = R_\infty(1 - e^{-b\hat{\epsilon}_{pl}}). \quad (3.26)$$

4.2.2 Nelineární kinematické zpevnnění

Nelineární kinematické zpevnnění je definováno lineárním Zieglerovým pravidlem s přidanou paměťovou deformační složkou

$$d\alpha = \frac{c}{R+k} d\lambda(s - \alpha) - \gamma \alpha d\lambda, \quad (3.27)$$

v němž C a γ jsou materiálově konstanty. C je elastická matice definována Hookeovým zákonem. V případě lineárního kinematického modelu je $\gamma = 0$.

4.2.3 Paměťová složka plastické deformace

Několik experimentálních pozorování prokázalo, že hodnota napětí cyklického zpevňování může záviset na předchozí historii zatěžování. Tato skutečnost je evidentní při porovnání cyklických křivek obdržených při různých historiích zatěžování. Je tedy zavedena nová vnitřní proměnná, která si pamatuje předchozí maximum plastické deformace na základě definování paměťové plochy zatěžování (předchozí plochy plasticity) v prostoru plastických deformací.

Paměťová plocha zatěžování (angl. v MSC.Marc „*memory*“ *surface*) je definována

$$F = \frac{2}{3} \varepsilon_e (\varepsilon_p - \zeta) - \rho, \quad (3.28)$$

jestliže evoluce stavových proměnných je následující

$$d\rho = \eta H(F) \langle n \cdot n^* \rangle d\lambda, \quad (3.29)$$

$$d\zeta = \sqrt{3/2} (1 - \eta) H(F) \langle n \cdot n^* \rangle n^* d\lambda, \quad (3.30)$$

kde n a n^* jsou jednotkové normály k ploše plasticity $f = 0$ a k paměťové ploše zatěžování $F = 0$, $H(F)$ je Heavysideův skok a symbol $\langle x \rangle$ odpovídá tzv. MacCauleyho závorkám ($\langle x \rangle = 0$, jestliže $x < 0$ a $\langle x \rangle = x$, když $x > 0$).

Jednotkové normály pak mají tvar $n = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_p}{d\lambda}, \quad (3.31)$

$$n^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\varepsilon_p - \zeta}{\rho}. \quad (3.32)$$

Koeficient η je zaveden za účelem definování postupné paměti. Pro $\eta = 0,5$ je memorizace okamžitá a stabilizace nastává po jednom cyklu. Postupná paměť je dána $\eta < 0,5$.

Závislost mezi cyklickým plastickým tečením a rozsahem plastické deformace je zavedena uvažováním asymptotického isotropního stavu:

$$R_\infty = Q_M + (Q_0 - Q_M) e^{-2\mu\rho}, \quad (3.33)$$

kde Q_M , Q_0 a μ jsou materiálové konstanty.

5 POPIS PROVEDENÝCH EXPERIMENTŮ OCELI 11523 V OBLASTI NÍZKOCYKLOVÉ ÚNAVY A CYKlickÉ PLASTICITY

Jak bylo uvedeno v kapitole 2, při studiu vlastností materiálu v oblasti nízkocyklové únavy se vychází ze dvou idealizovaných případů cyklického namáhání materiálu, tvrdého zatěžování s $\varepsilon_a = \text{konst.}$ nebo měkkého zatěžování s $\sigma_a = \text{konst.}$.

Pro stanovení napěťově-deformačního chování materiálů v oblasti cyklické plasticity je možno také vycházet ze zkoušek s měkkým či tvrdým zatěžováním s nenulovou střední hodnotou síly respektive deformace a zkoušek za víceosého napěťového stavu.

Vykonané experimenty oceli 11523 byly provedeny s tvrdým zatěžováním, měkkým zatěžováním s nenulovou střední hodnotou síly a cyklické kombinované namáhání tah/tlak – krut [6].

Na základě výsledků zkoušek s konstantním rozkmitem deformace v tahu/tlaku jsou stanoveny únavové charakteristiky oceli 11523. Zkouška se silovým zatěžováním s nenulovou střední hodnotou přinesla poznatky z oblasti cyklického tečení (ratchetingu). Provedené zkoušky tedy podaly ucelený obraz o chování materiálu při cyklickém zatěžování za normálních podmínek (pokojové teploty).

O stanovení únavových charakteristik materiálu 11523 pojednává kapitola 6.

5.1 Zkouška nízkocyklové únavy při konstantním rozkmitu deformace

Případ tvrdého zatěžování materiálu s $\varepsilon_a = \text{konst.}$ proběhl ve formě míjivého cyklického namáhání, platí-li, že rozkmit deformace je konstantní podle vztahu $\Delta\varepsilon = 2\varepsilon_a = \text{konst.}$. Na zkušebních kruhových tyčích dle ČSN 420 316 s rozměry zkušebních válcových částí $d_0 = 20$ mm, $L_0 = 25$ mm byla provedena zkouška tahem podle normy ČSN EN 10002-1. Při zkoušce nízkocyklové únavy s konstantním rozkmitem deformace $\Delta\varepsilon$ bylo použito deset vzorků, jestliže vzorek 1 - 10 byl zatěžován rozdílným rozkmitem deformace v rozmezí $\Delta\varepsilon = 5 - 0,4\%$ délky zkušební válcové části vzorku. Zatěžovací parametry jsou uvedeny v tabulce číslo 1.

Naměřené hodnoty napětí v závislosti na celkové deformaci byly obdrženy ve formě grafických výstupů, grafů hysterezních smyček na milimetrovém papíru. Každá zkouška

proběhla až do přetržení vzorku. Na základě předchozího orientačního výpočtu pro každou úroveň zatížení byl dle empirických vztahů odhadnut počet cyklů do lomu $2N_f$, následně počet cyklů v polovině životnosti vzorku N_f .

Odezva materiálu byla v průběhu zkoušky vykreslena do více hysterezních smyček dle celkového počtu cyklů tak, aby byla v grafu zastoupena hysterezní smyčka v polovině životnosti vzorku, což je žádoucí pro stanovení cyklické deformační křivky.

Naměřené hodnoty byly do elektronické podoby převedeny pomocí programu DATA MASTER 2003. Graf hysterezní smyčky je pro názornost součástí příloh diplomové práce

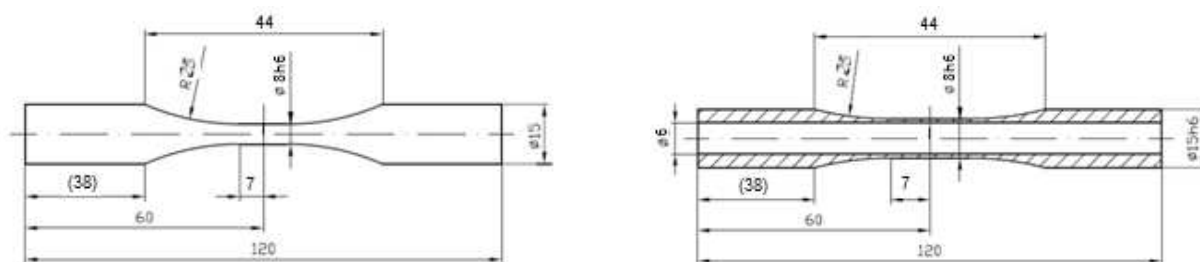
Zkouška byla provedena v Laboratoři mechanických vlastností VÚHŽ a.s. Dobrá.

Č. vz.	Rozkmit deformace $\Delta\varepsilon$ [%]	Frekvence [Hz]	Naměřený počet cyklů $2N_f$ [1]	Naměřená amplituda napětí $2N_f$ [MPa]
1	5	0,10	150	504
2	4	0,10	282	494
3	3	0,10	236	501
4	2	0,15	884	458
5	1,5	0,20	1394	406
6	1	0,30	3338	414
7	0,8	0,40	6562	398
8	0,6	0,50	15990	334
9	0,5	0,65	23534	334
10	0,4	0,80	58066	318

Tabulka 1: Zkouška nízkocyklové únavy

5.2 Zkoušky cyklické plasticity při silovém zatěžování s nenulovou střední hodnotou a kombinovaným namáháním tah/tlak – krut

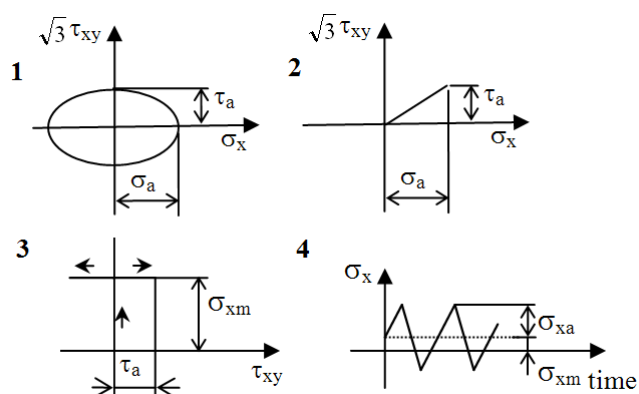
Silově řízená únavová zkouška s nenulovou střední hodnotou byla provedena na plném vzorku o průměru zkušební válcové části 8 mm (tah-tlak), přičemž se střední hodnota po daném počtu cyklů měnila. V případě zkoušení za víceosého napětíového stavu (tah/tlak – kroucení) byly použity vzorky s tenkostěnnou trubkovou zkušební částí o vnitřním průměru 6 mm a vnějším průměru 8 mm.



Obr. 12: Schémata zkušebních vzorků

Schémat zátěžných cest jsou na obr. 13. Test byl proveden pro 4 případy (označ. 1 až 4). V případě 1 měly silové veličiny (síla a moment) plně sinusový průběh s frekvencí 0,5 Hz. Příklad 2 měl silové veličiny pilového průběhu s frekvencí 0,5 Hz, zatímco v případě 3 byla při pilovém průběhu momentu s frekvencí 0,5 Hz zátěžná síla konstantní. Příklad 4 je silově řízenou zkouškou s nenulovou proměnnou střední hodnotou.

Zkušební vzorky byly v daných případech testovány při jednom upnutí na všechny zátěžné cykly.



Obr. 13: Schémata zátěžných cest

V případě zkoušek za víceosého napět'ového stavu byl použit vzorek s tenkostěnnou trubkovou zkušební částí, který umožňuje snadné vyhodnocení zkoušek z hlediska napět'ového stavu i možnost precizního měření deformací na povrchu vzorku. Deformace na povrchu vzorku byly měřeny pomocí extenzometru (axiální deformace – u jednoosé silově řízené zkoušky) nebo metodou digitální korelace obrazu (axiální i smyková deformace – tah-tlak/kрут).

Cyklické zkoušky byly realizovány na elektroservohydraulickém zkušebním stroji MTS 858 MiniBionix na ČVUT v Praze.

5.2.1 Měření deformace extenzometrem

U zkoušek s předpokladem ratchetingu v axiální složce deformace byl použit pro její časový záznam extenzometr MTS 634.31F-24 se vzdáleností hrotů 10 mm (obr. 14). Signál se ukládal přímo do řídicího PC, což umožňovalo přímé přiřazení časového průběhu síly/napětí a prodloužení/podélné poměrné deformace zkušební části vzorku mezi hroty.



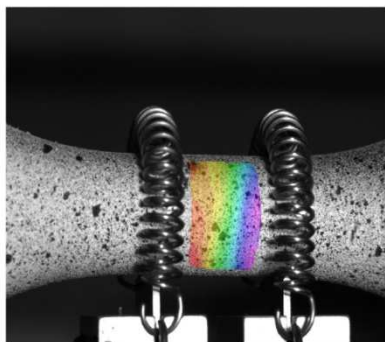
Obr. 14: Zkušební vzorek s extenzometrem

5.2.2 Měření metodou korelace digitálního obrazu (DICM)

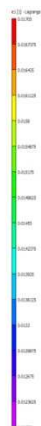
Metoda korelace digitálního obrazu je optická metoda využívající principů fotogrametrie. Srovnáním intenzity barev jednotlivých pixelů na po sobě jdoucích digitálních fotografiích povrchu deformovaného tělesa, jež je u většiny materiálů potřeba nejdříve opatřit kontrastní vrstvou (obr. 15), je možno získat průběh posuvů na povrchu zkoumaného tělesa ve 2D.

Je-li požadavek měření 3D deformací a posuvů, pak je nutno použít dvě CCD kamery, které se zaměří na zkoumaný objekt z různých úhlů (obr. 16).

Pro měření deformací byl použit korelační systém Dantec Dynamics Q400 s rozlišením kamer 1,4MPx a diodovým osvětlovačem HILIS. Vyhodnocení bylo provedeno v softwaru Vic3D. U realizované zkoušky byla frekvence snímání 4Hz.



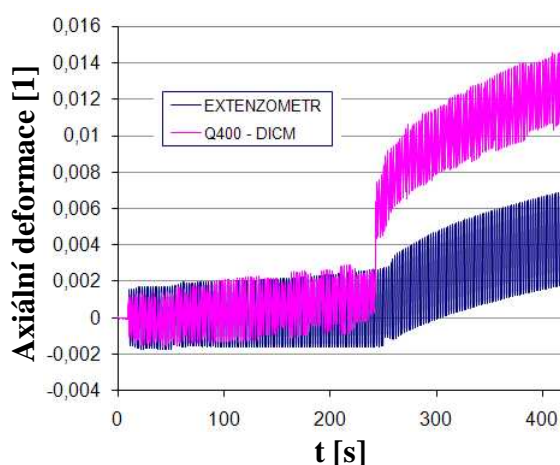
Obr. 15: Průběh axiální deformace (DICM)



Obr. 16: Měření korelátorem Q400

Opomene-li se chyba kalibrace, dostatečného osvětlení, vliv ohniskové vzdálenosti apod., je přesnost měřených posunutí metody DICM ovlivněna hlavně rozlišením kamer a rozměry plochy snímané kamerami [6]. V provedeném měření bylo možné při přiblížení zahrnout cca 25 mm vzorku. Pro metodu DICM je nejmenší udávaná snímaná plocha 20x15 mm.

Při měření s užitím extenzometru a metodou korelace digitálního obrazu (DICM) byly obdrženy výrazně odlišné výsledky (obr. 17). Nerovnoměrné rozložení axiální deformace při DICM ve zkoumané části povrchu vzorku s odchylkou 0,5% už na délce cca 6 mm z vyšetřovaných 25 mm bylo pravděpodobně zapříčiněno nedokonalým uchycením vzorku, kdy při zatěžování byla působící axiální síla vyosená a docházelo tedy ke kombinaci tahu/tlaku a ohybu. Nerovnoměrné rozložení deformace je patrné na obr. 15.



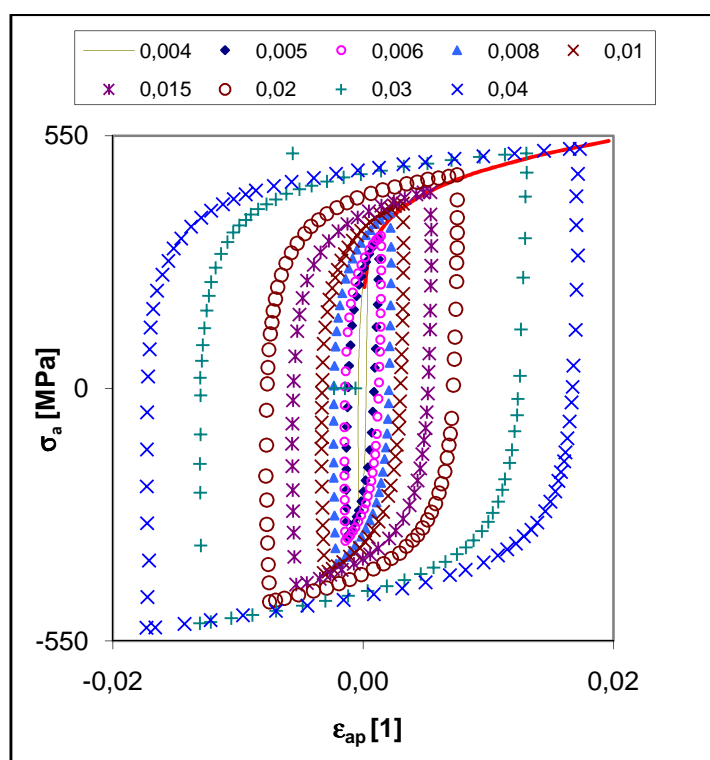
Obr. 17: Naměřený ratcheting s extenzometrem a DICM

6 NALADĚNÍ VYBRANÝCH MODELŮ ZPEVNĚNÍ MATERIÁLU

Jak bylo uvedeno dříve, úlohy v elastoplastické oblasti se nejčastěji numericky řeší použitím inkrementální teorie plasticity, která se snaží postihnout změny v chování materiálu v důsledku cyklického zatěžování. Změny v chování materiálu jsou popsány modely zpevnění.

6.1 Chabocheův nelineární kinematický model zpevnění

Z vrcholových bodů stabilizovaných hysterezních smyček, braných v polovině životnosti vzorků při tvrdém cyklickém namáhání oceli 11523 byla stanovena cyklická deformační křivka vyjadřující závislost $\sigma_a - \varepsilon_a$, resp. $\sigma_a - \varepsilon_{ap}$. Její průběh v závislosti $\sigma_a - \varepsilon_{ap}$ je zobrazen na obr. 18 červeně. Při modelování cyklického namáhání bylo vycházeno z cyklické deformační křivky.



Obr. 18: Cyklická deformační křivka

Při simulaci cyklického namáhání je vždy nutné u tvárných materiálů použít kinematické pravidlo zpevnění. Na základě této podmínky bylo užito Chabocheova nelineárního kinematického modelu, který vytváří kinematický tenzor pomocí M částí

$$\alpha = \sum_{i=1}^M \alpha_i, \quad (6.1)$$

jestliže pro každou část kinematického tenzoru platí

$$d\alpha_i = \frac{2}{3}C_i d\varepsilon_p - \gamma_i \alpha_i dp, \quad (6.2)$$

kde C_i a γ_i jsou materiálové konstanty. Protože parametr γ_M ovlivňuje napět'ově-deformační odezvu jen málo (ovlivňuje míru ratchetingu), volí se na počátku nulový.

Vychází-li se z cyklické deformační křivky a použije-li se pro zjednodušení dalších úvah model se dvěma kinematickými částmi ($M = 2$), analyticky získaný vztah mezi napětím a deformací má pak tvar

$$\sigma_a = \sigma_Y + \frac{C_1}{\gamma_1} \operatorname{tgh}(\gamma_1 \varepsilon_{ap}) + C_2 \varepsilon_{ap}, \quad (6.3)$$

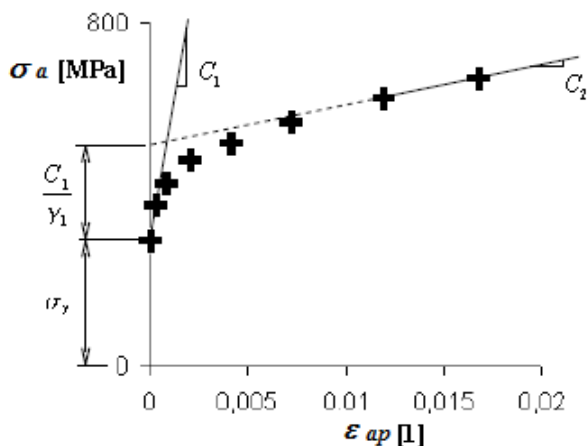
kde $\operatorname{tgh}(x)$ značí hyperbolický tangens x .

6.1.1 Stanovení únavových charakteristik oceli 11523

Na základě výsledků zkoušek s konstantním rozkmitem deformace v tahu/tlaku jsou stanoveny únavové charakteristiky oceli 11523. Jak je patrné z rovnice (6.3), hledanými materiálovými parametry jsou σ_Y , C_1 , C_2 a γ_1 . Jejich stanovení je popsáno níže

Volba počátečních hodnot parametrů σ_Y^0 , C_1^0 , C_2^0 a γ_1^0

Pro stanovení počátečních hodnot jednotlivých parametrů byly použity body cyklické deformační křivky zobrazené v závislosti σ_a - ε_{ap} [8]. Jejich odvození je zřejmé z ilustračního obr. 19. Pro orientaci je zde vložena tabulka obsahující první a poslední 2 body s příslušejícími hodnotami.



Obr. 19: Odvození počátečních hodnot

Bod	σ_a [MPa]	ε_{ap} [1]
1	220	0,000091
2	275	0,000360
n-1	500	0,014321
n	527	0,019802

Tabulka 2: Výpočtové hodnoty

1. Stanovení cyklické meze kluzu σ_Y^0

Parametr zvolen tak, aby jeho hodnota přibližně odpovídala okamžiku vzniku plastické deformace, tedy $\sigma_Y^0 = 220 \text{ MPa}$.

2. Počáteční volba parametru C_1^0

Parametr stanoven z dvojice prvních bodů

$$C_1^0 = \frac{\Delta\sigma_{a1}}{\Delta\varepsilon_{ap1}} = \frac{275-220}{36.10^{-5}-9.1.10^{-5}} = \frac{55}{2.69.10^{-4}} = 204530,3 \text{ MPa}. \quad (6.4)$$

3. Počáteční volba parametru C_2^0

Parametr stanoven z dvojice posledních bodů

$$C_2^0 = \frac{\Delta\sigma_{a2}}{\Delta\varepsilon_{ap2}} = \frac{527-500}{1.98.10^{-2}-1.43.10^{-2}} = \frac{27}{5.48.10^{-3}} = 4926,13 \text{ MPa}. \quad (6.5)$$

4. Počáteční volba parametru γ_1^0

Využitím rovnice přímky pro poslední dva body

$$\sigma_a = k \cdot \varepsilon_{ap} + q \quad (6.6)$$

Ize odvodit parametr γ_1^0 , jestliže q značí průsečík přímky s osou σ_a a k směrnici přímky.

Rovnici je možno upravit do tvaru

$$\sigma_a - k \cdot \varepsilon_{ap} = q, \quad (6.7)$$

kdy po dosazení a úpravě obdržíme

$$\sigma_N - k \cdot \varepsilon_{apN} = \sigma_{N-1} - k \cdot \varepsilon_{apN-1}, \quad (6.8)$$

$$k = \frac{\sigma_{N-1} - \sigma_N}{\varepsilon_{apN-1} - \varepsilon_{apN}} = \frac{\Delta\sigma_{a2}}{\Delta\varepsilon_{ap2}} = C_2^0 = 4926,13 \text{ MPa}. \quad (6.9)$$

Vyčíslené q pak nabývá hodnoty

$$q = \sigma_N - k \cdot \varepsilon_{apN} = 527 - 4926,13 \cdot 1,98 \cdot 10^{-2} = 429,45 \text{ MPa}. \quad (6.10)$$

Pro γ_1^0 je možno psát

$$\frac{C_1^0}{\gamma_1^0} = q - \sigma_Y^0 \rightarrow \gamma_1^0 = \frac{C_1^0}{q - \sigma_Y^0} = \frac{204530,3}{429,45 - 220} = 976,5. \quad (6.11)$$

Po dosažení hodnot z tab. 2 do posledních tří vzorců se obdrží mírně odlišné hodnoty. Tato odchylka je způsobena zaokrouhlenými hodnotami dosaženými do výše uvedených vztahů. Výsledky kalkulací bez zaokrouhlení vstupních hodnot byly získány v programu MS Excel. Dosažené výsledky počáteční volby parametrů jsou shrnuty v tabulce 3.

σ_Y^0	220 MPa
C_1^0	204530,3 MPa
C_2^0	4926,13 MPa
γ^0	976,5

Tabulka 3: Počáteční parametry

Aproximace metodou nejmenších čtverců

Počáteční parametry byly pro dosažení přesnějších výsledků aproximovány nelineární metodou nejmenších čtverců. Popis této metody je obsažen v publikaci [7]. Aproximace byla realizována v programu MathCad 14 použitím Levenberg-Marquardtovy metody, funkce *genfit*, která umožňuje fit křivky pomocí libovolné funkce.

Aproximační funkce Chabocheova modelu má tvar rovnice (6.3)

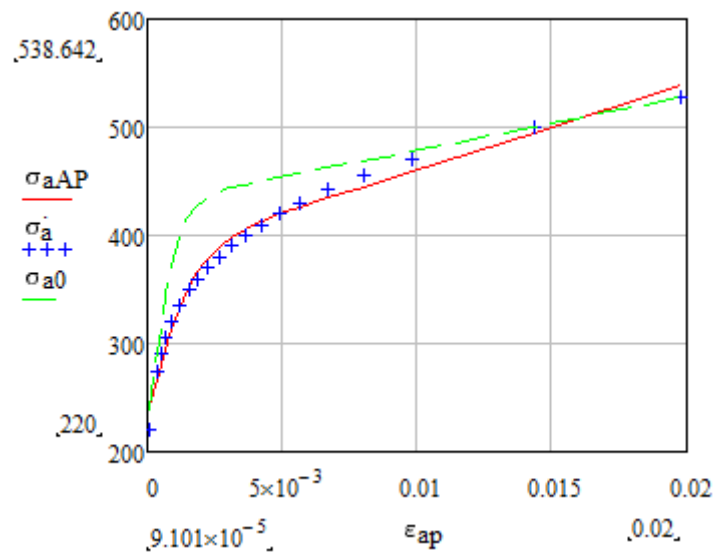
$$\sigma_a = \sigma_Y + \frac{C_1}{\gamma_1} \operatorname{tgh}(\gamma_1 \varepsilon_{ap}) + C_2 \varepsilon_{ap}. \quad (6.12)$$

Srovnání dosažených hodnot po aproximaci a počátečnímu hodnotami je provedeno v tabulce 4.

<i>Parametr</i>	<i>Získané hodnoty</i>	<i>Počáteční odhad</i>
$\sigma_Y [MPa]$	234,426	220
$C_1 [MPa]$	83740	204530,3
$\gamma_1 [1]$	567,666	976,5
$C_2 [MPa]$	7913	4926,13

Tabulka 4: Soupis materiálových konstant Chabocheova modelu

Označím-li si za účelem vzájemného porovnání σ_{a0} hodnoty napětí obdržené aproximační rovnicí s počátečními parametry, σ_a výchozí hodnoty cyklické deformační křivky a σ_{aAP} hodnoty napětí obdržené aproximační rovnicí s parametry po aproximaci, je z obr. 20 patrné zpřesnění pomocí aproximace.



Obr. 20: Porovnání aproximačních funkcí s naměřenými hodnotami

Z obr. 20 je zřejmé, že je z hlediska přesnosti vhodnější vycházet ze získaných hodnot po aproximaci. Při použití získaných hodnot v programu Ansys lze simulaci zkoušek považovat za dostatečně přesnou do hodnoty amplitudy plastické deformace $\varepsilon_{ap} = 0,02$. Při vyšších hodnotách amplitudy plastické deformace lze dle trendu křivky předpokládat nárůst chyby.

6.2 Chabocheův kombinovaný model zpevnění

Chování materiálu je komplexně popsáno Chabocheovým kombinovaným modelem zpevnění, který superponuje vlastnosti nelineárního kinematického a nelineárního isotropního modelu zpevnění (viz kapitola 4.1.3). Zavedením nenulové složky γ_2 do tohoto modelu je pak možno simulovat i cyklické tečení materiálu.

Aproximační funkce Chabocheova kombinovaného modelu má v kompletní podobě s $M = 2$ pro cyklickou deformační křivku tvar

$$\sigma_a = k + \frac{c_1}{\gamma_1} \operatorname{tgh}(\gamma_1 \varepsilon_{ap}) + \frac{c_2}{\gamma_2} \varepsilon_{ap} + R_\infty. \quad (6.13)$$

6.2.1 Stanovení koeficientů isotropního zpevnění

Na základě experimentů je známo, že materiál může v důsledku cyklického zatěžování zpevňovat či změkčovat. Při zpevňování či změkčování dochází ke změně plochy hysterezní

smyčky. Experimenty také prokázaly, že po dostatečném počtu cyklů dochází ke stabilizaci hysterezní smyčky.

Změna plochy hysterezní smyčky je v inkrementální teorii plasticity spojena se změnou poloměru plochy plasticity. Evoluce poloměru plochy plasticity je ovlivněna změnou isotropní proměnné R . V reálu dochází ke stabilizaci napětově-deformační odezvy, což vhodně popisuje Chabocheův kombinovaný model zpevnění, pro nějž platí, že se isotropní proměnná po počátečních cyklech stabilizuje na hodnotě $R = R_\infty$. Dále je v rovnici (3.23) uvažováno $R_0 = 0$. Isotropní proměnná má v tomto případě pro jednoosý napětový stav tvar

$$R = R_\infty(1 - e^{-b\hat{\varepsilon}_{pl}}). \quad (6.14)$$

Hledanými parametry jsou tedy materiálové konstanty R_∞ a b .

Stanovení koeficientu b

Při stanovení koeficientu b bylo vycházeno z rozvoje normovaných špiček tahového napětí jako funkce akumulované plastické deformace $\hat{\varepsilon}_{pl}$ [10]. Akumulovaná plastická deformace je dána vztahem

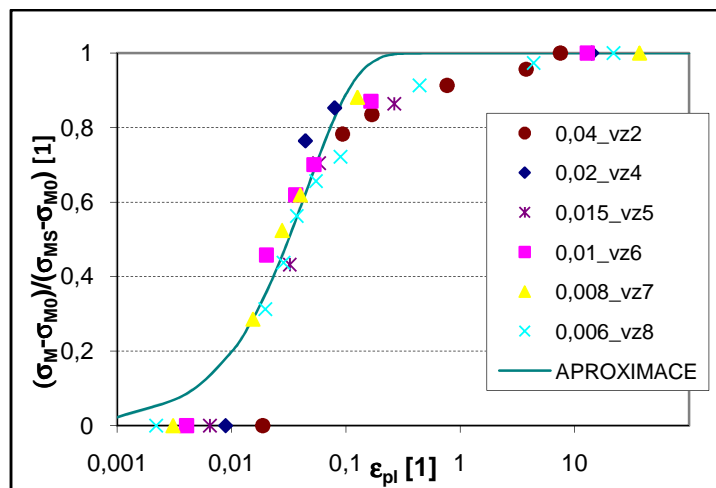
$$\hat{\varepsilon}_{pl} \cong 2N\Delta\varepsilon_p. \quad (6.15)$$

Normalizované špičky napětí jsou učeny poměrem $\frac{\sigma_M - \sigma_{M0}}{\sigma_{Ms} - \sigma_{M0}}$ z experimentálních dat, kde σ_M je maximální tahové napětí (maximální hodnota napětí špičky hysterezní smyčky), σ_{M0} značí počáteční tahové napětí (napětí tahové křivky při dosažení požadované deformace), σ_{Ms} stabilizované tahové napětí (hodnota napětí špičky stabilizované hysterezní smyčky).

Jestliže platí
$$\frac{\sigma_M - \sigma_{M0}}{\sigma_{Ms} - \sigma_{M0}} = 1 - e^{-b\hat{\varepsilon}_{pl}}, \quad (6.16)$$

lze b odvodit
$$b = \frac{\ln\left(1 - \frac{\sigma_M - \sigma_{M0}}{\sigma_{Ms} - \sigma_{M0}}\right)}{-2N\Delta\varepsilon_p}. \quad (6.17)$$

Z experimentálních dat pro vzorky číslo 2 – 8 deformačně řízené zkoušky byl z hysterezních smyček při daných počtech cyklů průběžně vypočten koeficient b . Výslednou hodnotu koeficientu b bylo možno stanovit jako průměr průběžně stanovených hodnot a pro doladění vycházet z grafického vyjádření aproximační rovnice ve tvaru vztahu (6.16), obr. 21.



Obr. 21: Změna normalizované amplitudy napětí s akumulovanou plastickou deformací,
 $b = 22$

Č.vzorku	N	b
2	1	20,353
	2	12,006
	10	3,257
	50	0,836
4	1	40,783
	2	27,027
5	1	21,860
	2	23,570
	10	7,703
6	1	37,912
	2	29,892
	3	24,881
	10	12,659
7	1	27,375
	2	30,181
	3	26,173
	10	17,315
8	2	21,417
	3	21,925
	4	23,626
	6	20,359
	10	14,614
	50	5,588
	500	0,828
<i>průměr</i>		19,672

Tabulka 5: Průběžně stanovené hodnoty koeficientu b a jejich průměrná hodnota

Na základě vykreslení aproximační funkce v obr. 21 byl zvolen parametr $b = 22$.

Stanovení koeficientu R_∞

1. způsob stanovení

Z Chabocheova kombinovaného modelu zpevnění (bez uvážení ratchetingu) ve tvaru

$$\sigma = k + \frac{C_1}{\gamma_1} (1 - e^{-\gamma_1 \varepsilon_p}) + C_2 \varepsilon_p + R_\infty (1 - e^{-b \varepsilon_p}), \quad (6.18)$$

$$\text{jestliže } k = \sigma_Y - R_\infty, \quad (6.19)$$

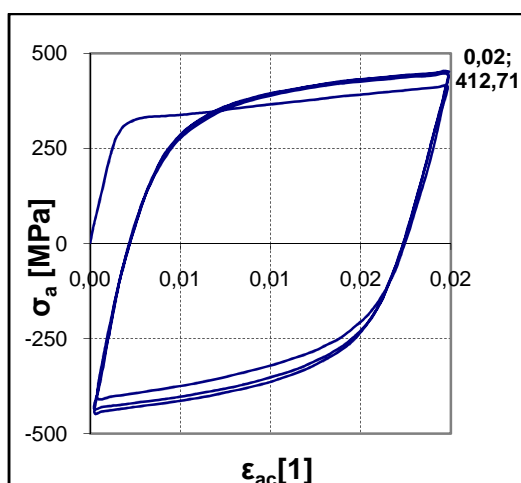
$$\text{lze po úpravě obdržet vztah } R_\infty = \frac{\sigma - \sigma_Y - \frac{C_1}{\gamma_1} (1 - e^{-\gamma_1 \varepsilon_p}) - C_2 \varepsilon_p}{-e^{-b \varepsilon_p}}. \quad (6.20)$$

Při stanovení R_∞ bude vycházeno z hodnoty napětí monotónní tahové křivky $\sigma \approx 413 \text{ MPa}$ (patrně z obr. 22) při dosažení 2% celkové deformace zkušební části vzorku a získaných hodnoty cyklické meze kluzu σ_Y a parametrů C_1 , γ_1 a C_2 , viz. tabulka 4.

Má-li ocel 11523 modul pružnosti v tahu $E = 206000 \text{ MPa}$,

$$\text{pak } \varepsilon_{ap} = \varepsilon_{ac} - \frac{\sigma}{E} = 0,02 - \frac{413}{206000} \cong 0,018. \quad (6.21)$$

Po dosažení obdržím $R_\infty \cong 164 \text{ MPa}$.

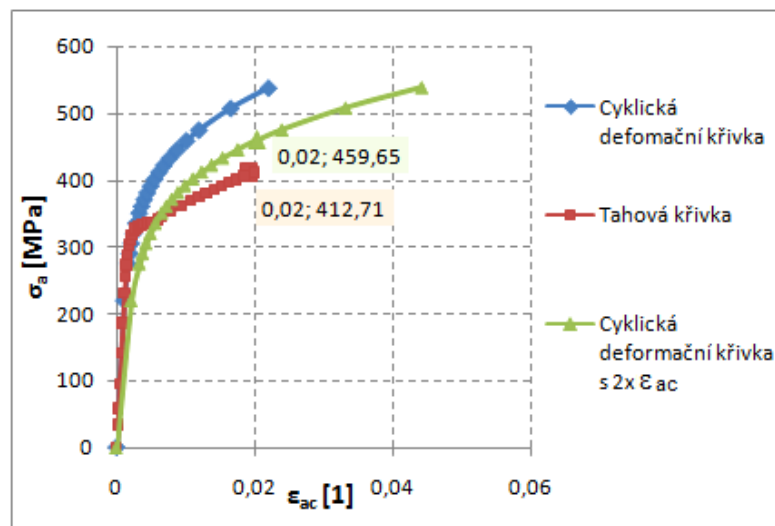


Obr. 22: Hysterezní smyčka vzorku č. 4 pro první 3 zátěžné cykly

2. způsob stanovení

Při odvození koeficientu isotropního zpevnění R_∞ se vycházelo z porovnání cyklické deformační křivky a monotónní (tahové) křivky. Cyklická deformační křivka byla odvozena od převedených stabilizovaných hysterezních smyček na střídavý cyklus, což je patrné z obr. 18. Pokud byl míjivý cyklus z experimentu převeden na střídavý, vrcholům hysterezních smyček byla přiřazena poloviční hodnota deformace (myšleno v kladném směru).

Na základě uvážení, že cyklická deformační křivka je množinou vrcholů stabilizovaných hysterezních smyček převedených na střídavý cyklus, pro porovnání cyklické a monotónní křivky je třeba hodnoty deformací cyklické křivky vynásobit dvěma, aby byly v grafu zobrazeny sobě odpovídající hodnoty.



Obr. 23: Porovnání cyklické deformační a tahové křivky

Protože se uvedená tahová křivka týká vzorku č. 4, který byl deformován do 2% délky zkušební části, je R_{∞} stanoveno z porovnání hodnot pro 2% celkové deformace tahové křivky a cyklické deformační s $2 \times \varepsilon_{ac}$. R_{∞} se pak rovná $R_{\infty} = 459,65 - 412,71 = 46,94 \text{ MPa}$.

Je vhodné poznamenat, že rozdíl mezi mezí kluzu monotónní křivky a cyklické deformační křivky není velký, proto je pro zpevnění vhodnější volit menší hodnotu parametru R_{∞} . Jako směrodatnou použijí hodnotu $R_{\infty} \approx 47 \text{ MPa}$.

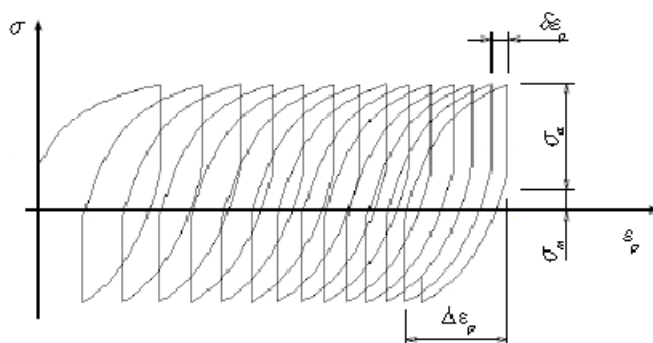
6.2.2 Naladění koeficientu γ_2

K ratchetingu (cyklickému tečení materiálu) dochází, je-li při zatěžování nenulové střední napětí [10]. Při stanovení únavových charakteristik materiálu bylo u Chabocheova nelineárního kinematického modelu zpevnění uvažování $\gamma_2 = 0$, což mělo za následek plastické přizpůsobení materiálu (vytvoření uzavřené hysterezní smyčky). Pro řadu materiálů tento předpoklad však nemusí odpovídat realitě. Vhodnou volbou γ_2 lze naladit Chabocheův model tak, aby vykazoval po několika cyklech konstantní ratcheting.

Naladění γ_2 pro ocel 11523 vychází ze zkoušek vykonaných při proměnné střední hodnotě síly (potažmo napětí). Pro stanovení γ_2 lze použít vztah

$$\gamma_2 = \frac{\delta \varepsilon_p C_2}{2 \sigma_m \Delta \varepsilon_p}, \quad (6.22)$$

kde $\delta \varepsilon_p$ je přírůstek plastické deformace za cyklus měřený ve vrcholech smyček po stabilizaci napětíově deformační odezvy, σ_m je střední napětí cyklu, $\Delta \varepsilon_p$ je rozkmit plastické deformace u smyčky vzniklé během jednoho zátěžného cyklu.



Obr. 24: Ratcheting

Parametry silově řízené zkoušky při střídavém zatížení jsou uvedeny v tabulce 6. Zátěžná síla měla pilový průběh. Zkouška byla provedena na plném vzorku s průměrem 8mm. U experimentu je uvedena zatěžovací frekvence 0,5 Hz. Jelikož se nacházíme v oblasti plasticity, kdy je možno zanedbat vliv rychlosti deformace, bylo možno při tabulkovém zadávání síly změnit frekvenci zatěžování na 1 Hz, aniž by došlo k chybě. Max. hodnota síly byla ve 4. sekvenci $F=18\text{kN}$.

Vzhledem k nepřiliš velkému zatížení vzorku se naladění ratchetingu provedlo pro 4. sekvenci, kdy dosažené střední napětí má pro posouzení míry ratchetingu materiálu 11523 větší vypovídací hodnotu.

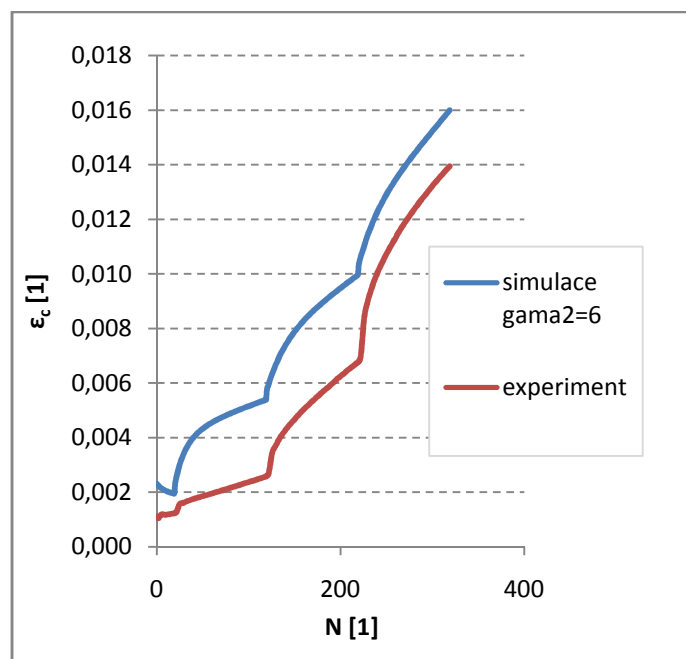
Sekvence	F_m [kN]	F_a [kN]	Počet cyklů
1	0	15	20
2	1	15	100
3	2	15	100
4	3	15	100

Tabulka 6: Parametry zatížení

Obecně je uvažována hodnota parametru γ_2 do 10. Ladění γ_2 na 4. zátěžnou sekvenci bylo provedeno pomocí metody dosazování, kdy se sledovalo, jak se při různých hodnotách γ_2 mění trend celkové deformace v tahu v závislosti na počtu cyklů v porovnání s experimentem. Vycházelo se tedy ze simulace silové zkoušky s proměnnou střední hodnotou. Pro popis

komplexního chování materiálu byl použit *Chabocheův kombinovaný model zpevnění* (CHAB + NLISO).

Optimálního výsledku bylo dosaženo při hodnotě parametru $\gamma_2 = 6$. Z obr. 25 lze usoudit, že ke stabilizaci deformační odezvy dochází při každé sekvenci zhruba po 50-ti cyklech.



Obr. 25: Srovnání výsledku simulace a experimentu jednoosého ratcheting po naladění parametru γ_2

6.3 Souhrn získaných materiálových koeficientů

Pro přehlednost je v následující tabulce uveden souhrn získaných koeficientů doplněný o modul pružnosti v tahu E a Poissonovo číslo μ oceli 11523. Tyto hodnoty jsou následně zadávány do zvolených modelů zpevnění.

E	206000 [MPa]
μ	0,3 [1]
σ_Y	234,426 [MPa]
C_1	83740 [MPa]
γ_1	567,666 [1]
C_2	7913 [MPa]
γ_2	6 [1]
R_0	0 [MPa]
R_∞	47 [MPa]
b	22 [1]

Tabulka 7: Materiálové koeficienty oceli 11523

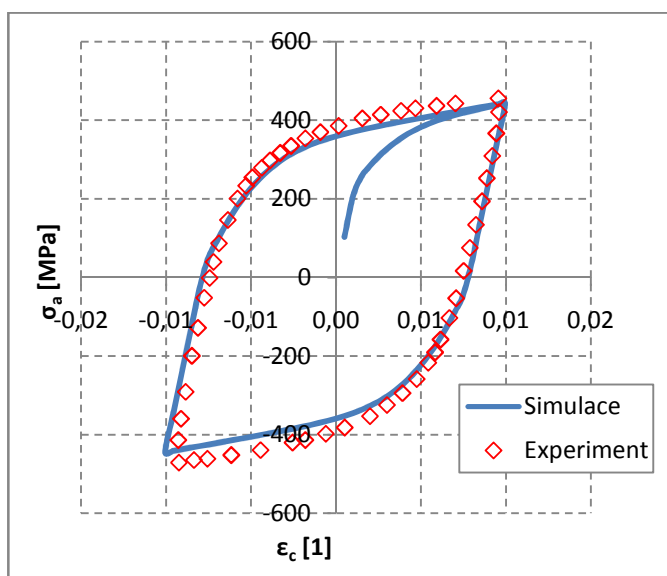
7 SIMULACE VYBRANÝCH PŘÍPADŮ ZKOUŠEK

Simulace byly provedeny v konečnoprvkovém programu Ansys 11. Při simulaci byl použit prvek link 180, který podporuje model CHAB i CHAB + NLISO.

7.1 Simulace zkoušky s konstantním rozkmitem deformace

Jako reprezentativní případ simulace zkoušky s konstantním rozkmitem deformace byl zvolen vzorek č. 4 s $\Delta\varepsilon = 2\%$, u něhož jsou k dispozici data tahové křivky i hysterezních smyček. Při simulaci byla modelována pouze zkušební část vzorku jediným elementem **link 180**, jestliže počáteční průřezová plocha zkušební části vzorku byla definována jako reálná konstanta.

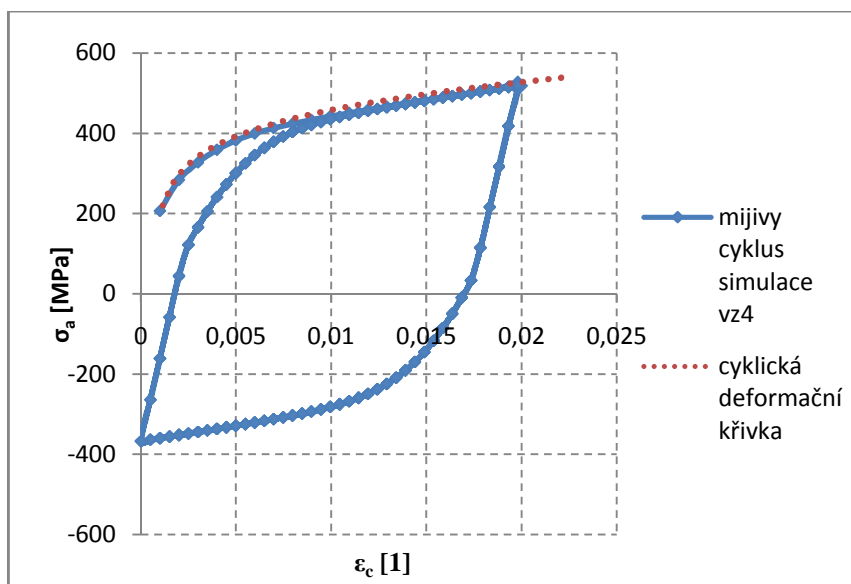
Pro posouzení přesnosti naladění *Chabocheova nelineárního kinematického modelu zpevnění* (CHAB) vzhledem k experimentálním datům stabilizované hysterezní smyčky posunuté do střídavého cyklu byla provedena simulace vzorku 4 zatěžovaného střídavým deformačním cyklem. Obdržený průběh je zobrazen na obr. 26.



Obr. 26: Porovnání simulace s experimentem při střídavém cyklu, CHAB model

Experimenty s konstantním rozkmitem deformace však probíhaly při míjivém deformačním cyklu. Tahová špička napětí míjivého cyklu simulace odpovídá napětí cyklické deformační křivky při 2% deformace. Jestliže byl míjivý cyklus z experimentu převeden na střídavý, vrcholům hysterezních smyček byla přiřazena poloviční hodnota deformace

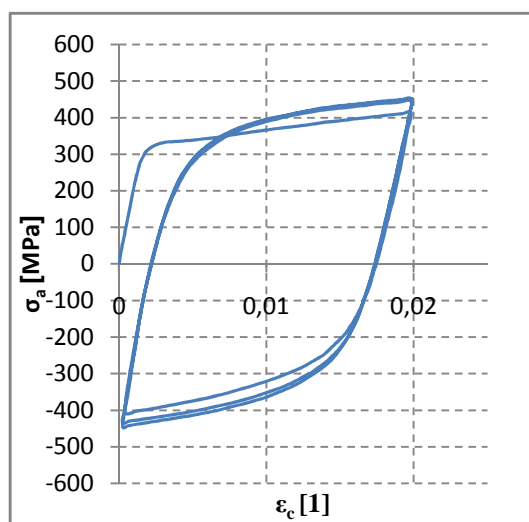
(myšleno v kladném směru). Následně simulované deformaci 2% mívajícího cyklu odpovídá větší hodnota napětí, než byla při deformaci 2% při experimentu.



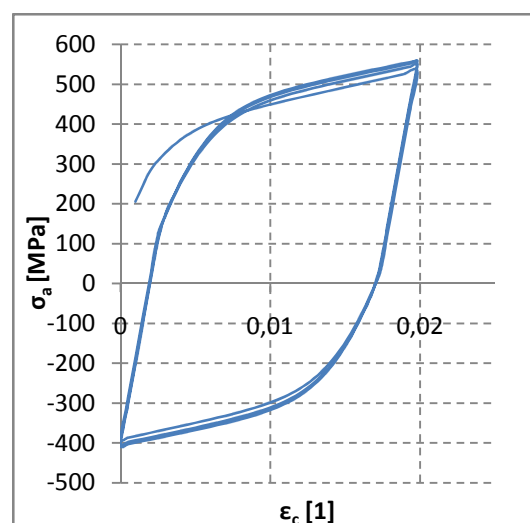
Obr. 27: Simulace mívajícího deformačního cyklu při CHAB modelu

Na obr. 27 je vidět, že tahová křivka simulace kopíruje cyklickou deformační křivku, na kterou je model laděn.

Pro zachycení míry zpevnění materiálu byla následně provedena simulace vzorku 4 s použitím *Chabocheova kombinovaného modelu zpevnění* (CHAB + NLISO). Jelikož se jedná o tvrdé zatěžování, nedochází k ratchetingu a koeficient γ_2 není do modelu zahrnut. Srovnání hysterezních smyček získaných experimentálně a simulací je patrné z obr. 28 a 29.



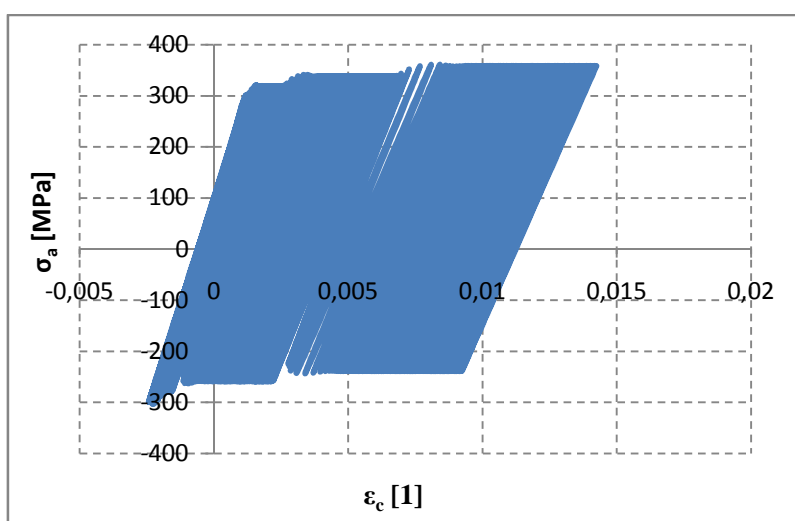
Obr. 28: Hysterezní smyčka experimentu při 3 zátěžných cyklech



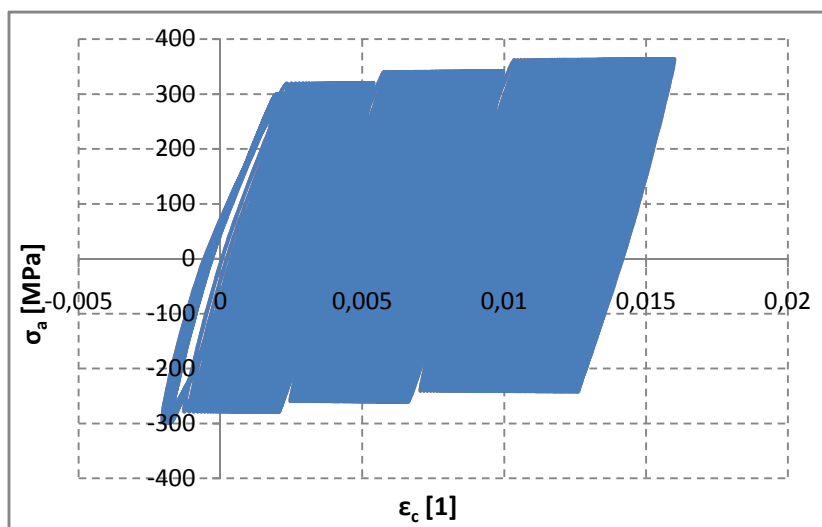
Obr. 29: Hysterezní smyčka simulace při 3 zátěžných cyklech

7.2 Simulace zkoušky s proměnnou hodnotou středního napětí

Vzhledem k tomu, že se jednalo o silově řízenou zkoušku s proměnnou střední hodnotou, bylo nutné použít *Chabocheův kombinovaný model zpevnění s uvážením ratchetingu* (CHAB + NLISO). Při simulaci byla opět modelována pouze zkušební část vzorku jediným elementem *link 180*, jestliže počáteční průřezová plocha zkušební části vzorku byla definována jako reálná konstanta. Proměnná zátěžná síla byla definována tabulkou, přičemž průběh síly je pilový. V kapitole 6.3 bylo popsáno odvození parametru γ_2 , tak aby vyhovoval reálnému chování materiálu. Simulaci byla provedena pro 320 zátěžných cyklů dle tabulky 6.



Obr. 30: Rozvoj napětí při proměnné hodnotě střední síly při 320 cyklech – experimentální data



Obr. 31: Rozvoj napětí při proměnné hodnotě střední síly při 320 cyklech – simulace

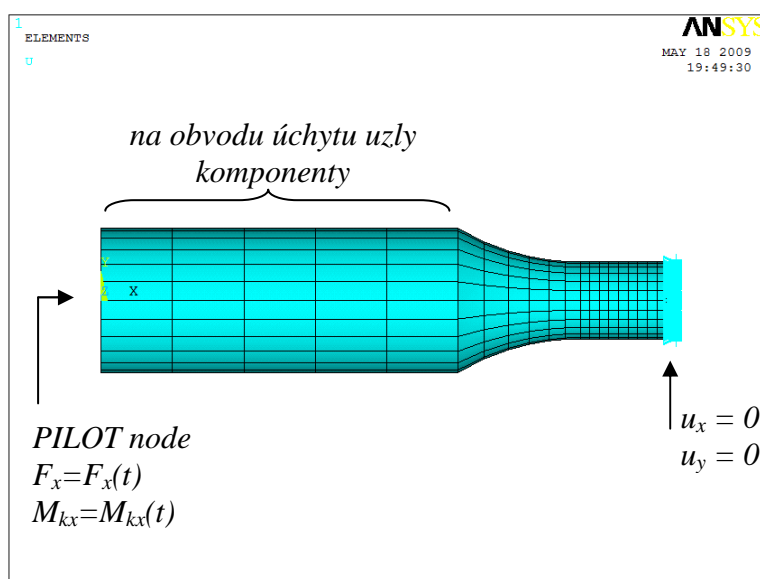
Experimentální hodnoty byly obdrženy při měření s extenzometrem. Porovnáním obr. 30 a 31 je možné označit naladění modelu za vyhovující. Trend rozvoje napětí při proměnném zatěžování vykazuje menší odchylky.

8 NEPROPORCIONÁLNÍ NAMÁHÁNÍ DUTÉHO ZKUŠEBNÍHO VZORKU

Dutý zkušební vzorek byl namáhán kombinací tahu/tlaku a krutu. Při experimentu prošel vzorek na jedno upnutí 3 zátěžnými případy kombinovaného namáhání (jak je pojednáno v kapitole 5.2 – 2 neproporcionální a 1 proporcionální). Ve všech těchto případech vykazovala zátěžná osová síla nenulovou střední hodnotu. Při simulaci bylo tedy nutné použít *Chabocheův kombinovaný model zpevnění s uvážením ratchetingu* (CHAB + NLISO).

Při modelování zkušební vzorku bylo využito jeho symetrie a proto byla modelována pouze polovina vzorku. Byly použity prostorové prvky *solid186*, které jsou 20-ti uzlové a podporují CHAB + NLISO. Pro snížení výpočtové náročnosti byla síť zjemněna pouze na zkušební části vzorku.

Při řešení byl využit MPC algoritmus, který přes řídicí uzel (*PILOT node*) totožný s počátkem souřadného systému rozložil zatížení na povrchové uzly úchyty (tvořily komponentu uzlů). Ve všech uzlech roviny symetrie vzorku byly zadány nulové posuvy v axiálním a tečném směru vzorku. Oba neproporcionální případy namáhání byly řešeny pro 50 cyklů, které mohou být na základě předchozích simulací považovány za hodnotu, při níž už dojde ke stabilizaci napěťově deformační odezvy.



Obr. 32: Konečnoprvkový model vzorku pro simulaci neproporcionální namáhání

8.1 Simulace případu 1

První případ neproporcionálního zatížení je charakterizován zátěžnou silou a momentem harmonického průběhu. Frekvence zatížení je 0,5 Hz. Moment je vůči síle posunut o $\pi/2$. Z průběhu reálných zátěžných silových parametrů vyplývá, že je při řešení třeba zadat zatížení do dvou zátěžných kroků (*load steps*), protože moment vykazuje náběh. Silové parametry jsou do programu zadány funkčně a vzhledem k orientaci souřadného systému se záporným znaménkem. Jelikož jsou parametry modelu vzorku zadávány v mm, bylo třeba moment přepočítat na Nmm. Při řešení bylo použito 4000 substepů (podkroků).

Zadání zatížení: LS1 – F_{x1} , M_{kx1} náběh

LS2 – F_{x1} , M_{kx1}

$$F_{x1} = -1 \left(F_{m1} + F_{a1} \sin \left(\pi t - \frac{\pi}{2} \right) \right) \quad (8.1)$$

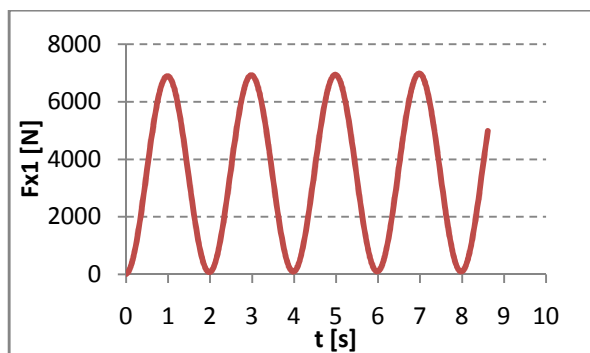
$$M_{kx1} = M_{ka1} \sin(\pi t) \quad (8.2)$$

amplituda síly $F_{a1} = 3500$ N

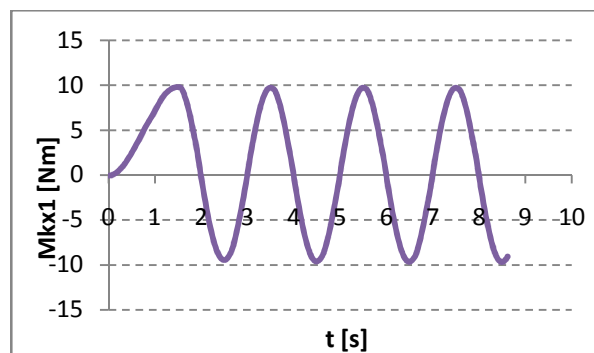
střední hodnota síly $F_{m1} = 3500$ N

amplituda krouticího momentu

$M_{ka1} = 10$ Nm



Obr. 33: Aplikovaná osová síla F_{x1} při experimentu

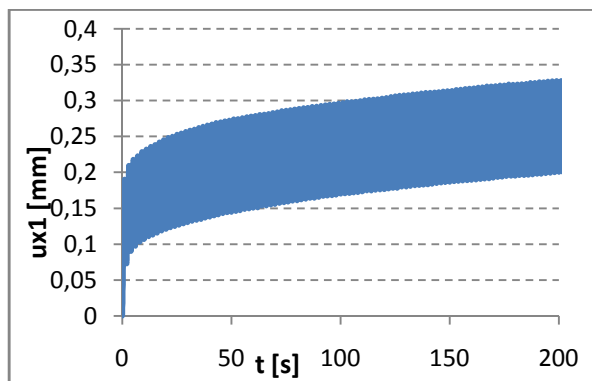


Obr. 34: Aplikovaný krouticí moment M_{kx1} při experimentu

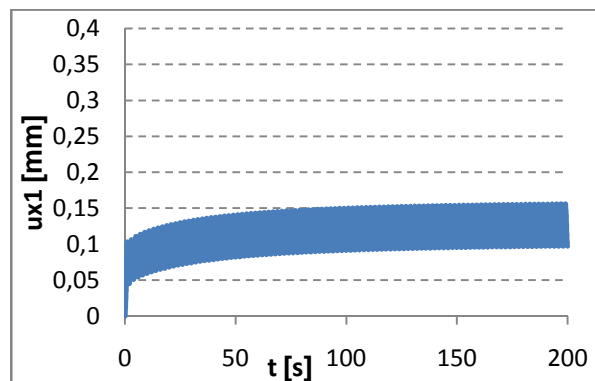
8.1.1 Srovnání výsledků simulace se záznamem polohy čelistí z experimentu

V důsledku cyklického zatížení dochází k osovému přetvoření a zkrucování vzorku. Posouzení chování materiálu 11523 při simulaci je tedy založeno na zobrazení závislosti prodloužení vzorku (axiálního posunutí) $u_x = u_x(t) = \Delta l(t)$ a úhlu zkroucení $\varphi_x = \varphi_x(t)$ na čas a jejich konfrontaci s experimentálně získanými výsledky. Prodloužení zkušební vzorku a úhel zkroucení byly u simulace získány jako dvojnásobek posuvu pilotního uzlu v osovém

směru respektive rotace vztažené k ose vzorku. Obdržené výsledky pro prodloužení celého vzorku u_{x1} a úhel zkroucení φ_{x1} jsou doloženy na obr. 36 a 38.



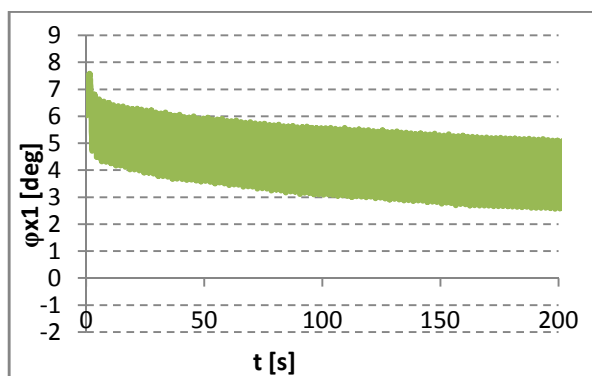
Obr. 35: Rozvoj osového prodloužení u_{x1} vzorku při experimentu



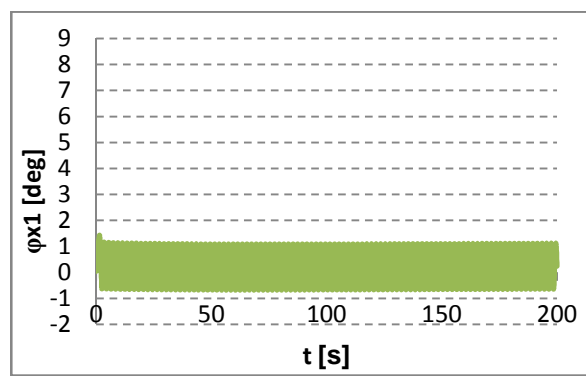
Obr. 36: Rozvoj osového prodloužení u_{x1} vzorku při simulaci

Při porovnání dosažených hodnot osových posunutí u_{x1} neproporcionálního namáhání je patrné, že simulace vykazuje menší axiální prodloužení. Z hlediska trendu se však simulace od experimentu příliš neliší. V obou případech axiální posuv u_{x1} v čase roste a postupně má tendenci se stabilizovat.

Na základě provedených simulací a ladění je známo, že míru ratchetingu ovlivňuje parametr γ_2 a také parametr isotropního zpevnění R_∞ . Parametr γ_2 ovlivňuje přírůstek deformace v každém cyklu a parametr R_∞ tuhost materiálu. Zatímco při proporcionálním zatěžování stanovené parametry materiálu vycházely jako vyhovující, v případě neproporcionálního namáhání se materiál vůči skutečnosti jeví jako tužší.



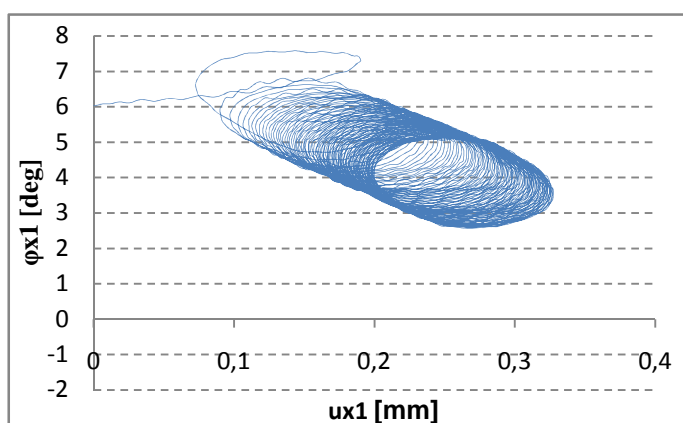
Obr. 37: Rozvoj úhlu zkroucení vzorku φ_{x1} při experimentu



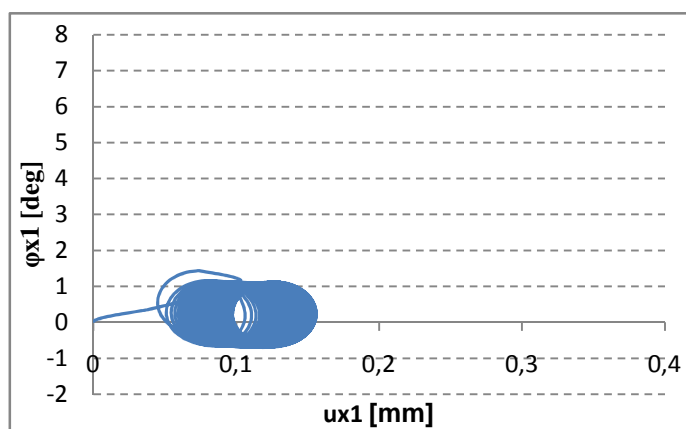
Obr. 38: Rozvoj úhlu zkroucení vzorku φ_{x1} při simulaci

Pro úhel zkroucení φ_{x1} jsou dosaženo výraznější odchylky od experimentu. Experiment vykazuje vyšší hodnotu dosaženého maximálního úhlu zkroucení a rovněž trend rozvoje úhlu zkroucení je strmější.

Pro větší představu o průběhu axiálního přetvoření a úhlu zkroucení při experimentu a simulaci jsou přikládány také grafy závislostí $\varphi_{x1} = f(u_{x1})$.



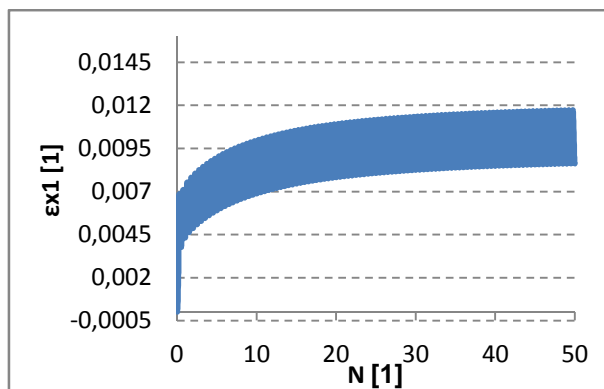
Obr. 39: Rozvoj úhlu zkroucení jako funkce axiálního prodloužení při zatěžování - experiment



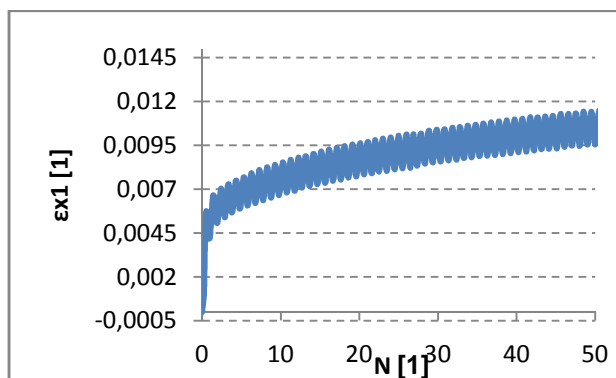
Obr. 40: Rozvoj úhlu zkroucení jako funkce axiálního prodloužení při zatěžování - simulace

8.1.2 Srovnání výsledků simulace se záznamem pořízeným metodou DICM

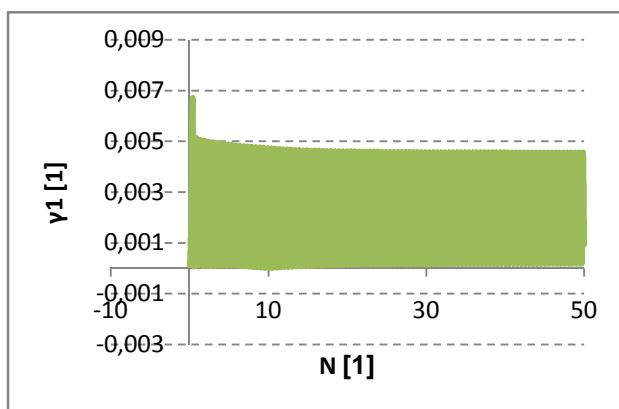
V kapitole 5 byly popsány experimenty vykonané na vzorcích z oceli 11523. Při vyhodnocování simulací vybraných neproporcionálních zkoušek se porovnávaly dosažené výsledky se záznamem posuvu a natočení čelistí. Pro komplexnost je vhodné uvést výsledky obdržené metodou DICM a porovnat je s výsledky simulací.



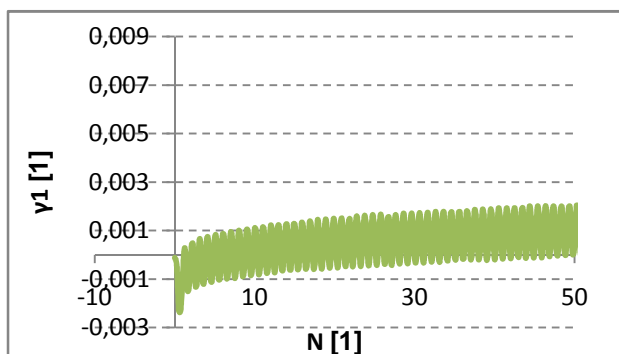
Obr. 41: Rozvoj ε_{x1} na počtu cyklů N - simulace



Obr. 42: Rozvoj ε_{x1} na počtu cyklů N – DICM



Obr. 43: Rozvoj γ_1 na počtu cyklů N – simulace



Obr. 44: Rozvoj γ_1 na počtu cyklů N – DICM

Uvedené průběhy jsou stanoveny pro 50 cyklů. U simulace bylo dosaženo výborné shody v případě predikce ratchetingu axiální deformace. Z obr. 41 a 42 je patrné, že nedochází ke shodě amplitudy rozkmitu deformace. Materiál vykazuje přídavné zpevnění v důsledku neproporcionálního namáhání. Rozdíl deformačních rozkmitů obdržených simulací a experimentem činí $\Delta \epsilon_{x1R} = 0,000583$ [1]. Ještě výraznější rozdíl je patrný u výsledků smykové deformace, viz. obr. 43 a 44. Chabocheův kombinovaný model zpevnění není schopen zachytit fenomén cyklického zpevňování. K tomuto účelu se většinou používají modifikace nelineárního isotropního pravidla zpevnění, např. [11] a [12].

8.2 Simulace případu 3

8.2.1 Srovnání výsledků simulace se záznamem polohy čelistí z experimentu

Případ číslo 3 je druhým realizovaným případem neproporcionálního namáhání. Moment je střídavého pilového průběhu s frekvencí zatížení 0,5 Hz. Síla kmitá kolem konstantní hodnoty a vykazuje náběh. Z průběhu reálných zátěžných silových parametrů opět vyplývá, že je při řešení třeba zadat zatížení do dvou zátěžných kroků (*load steps*). Silové parametry jsou do programu zadány funkčně a pomocí tabulky a vzhledem k orientaci souřadného systému se záporným znaménkem. Moment je opět zadán v Nmm. Při řešení 50-ti cyklů bylo použito 4000 substepů (podkroků).

Zadání zatížení: LS1 – F_{xN3} náběh, M_{kx3}

LS2 – F_{x3} , M_{kx3}

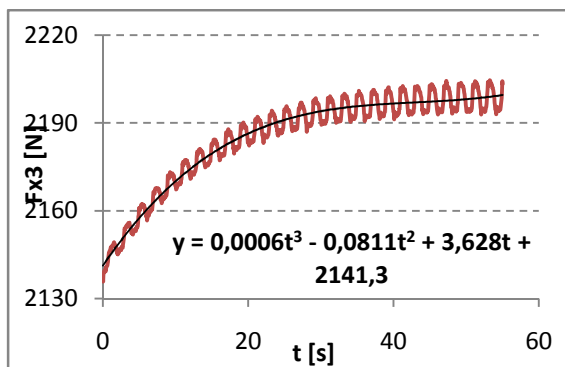
$$F_{xN3} = -1(0,0006t^3 - 0,0811t^2 + 3,628t + 2141,3 + F_{a3} \sin(\pi t)) \quad (8.3)$$

$$F_{x3} = -1(F_{m3} + F_{a3} \sin(\pi t)) \quad (8.4)$$

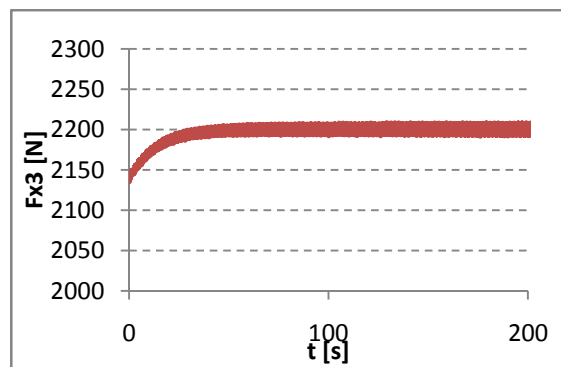
amplituda síly $F_{a3} = 5$ N

střední hodnota síly $F_{m3} = 2195$ N

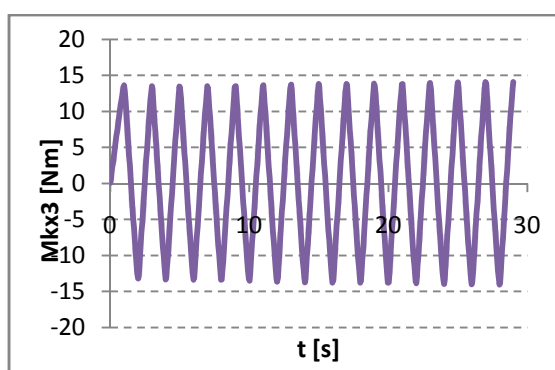
amplituda krouticího momentu $M_{ka3} = 14,1$ Nm



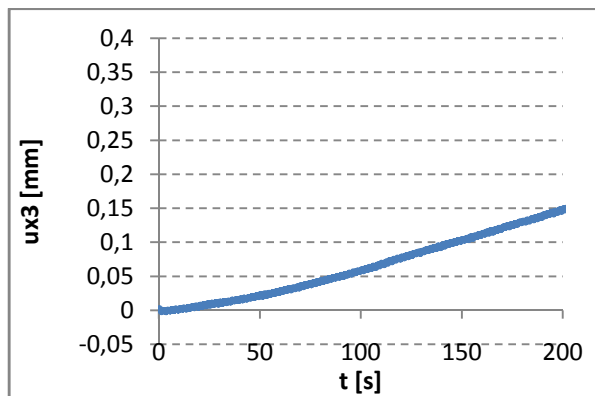
Obr. 45: Náběh zátěžné síly F_{x3}



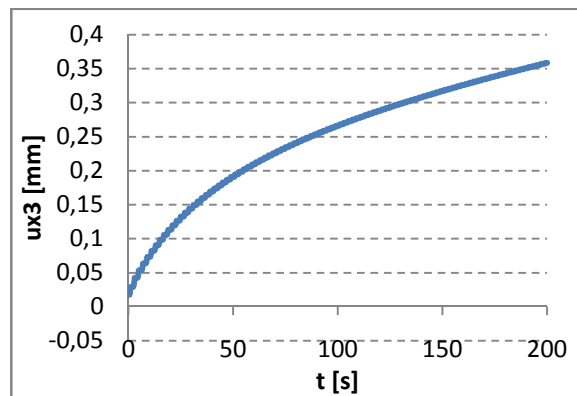
Obr. 46: Celkový průběh zátěžné síly F_{x3}



Obr. 47: Průběh krouticího momentu M_{tx3}

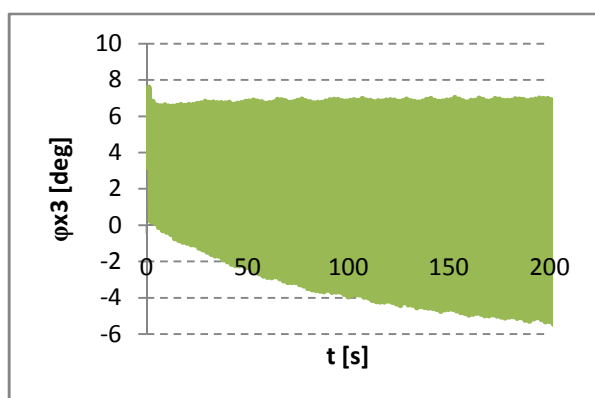


Obr. 48: Rozvoj osového prodloužení u_{x3} vzorku při experimentu

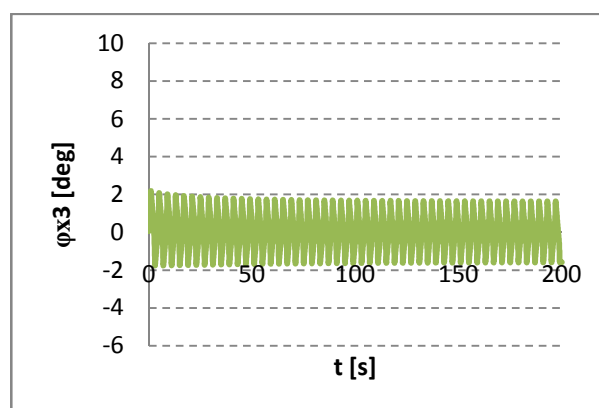


Obr. 49: Rozvoj osového prodloužení u_{x3} vzorku při simulaci

V případě 3 vykazuje simulace větší axiální posuv u_{x3} než experiment. Trend pro posuv ze simulace se v prvních 25 cyklech od experimentu liší v náběhu, následně se však oba stabilizují. Jestliže se při hodnocení výsledků vychází z posledních bodů křivek rozvoje axiálního posuvu, pro něž se stanoví tečny ke křivkám, mohou se stabilizované části posoudit podle jejich směrnic. Orientačním výpočtem vyšlo pro simulaci $k_s \approx 7,74 \cdot 10^{-4} \text{ mm/s}$ a pro experiment $k_e \approx 10,62 \cdot 10^{-4} \text{ mm/s}$. Jelikož je rozdíl ve velikostech směrnic kolem $3 \cdot 10^{-4} \text{ mm/s}$, mohu stabilizovanou část považovat za vyhovující. Tečny vyjadřují přírůstek posuvu za cyklus.



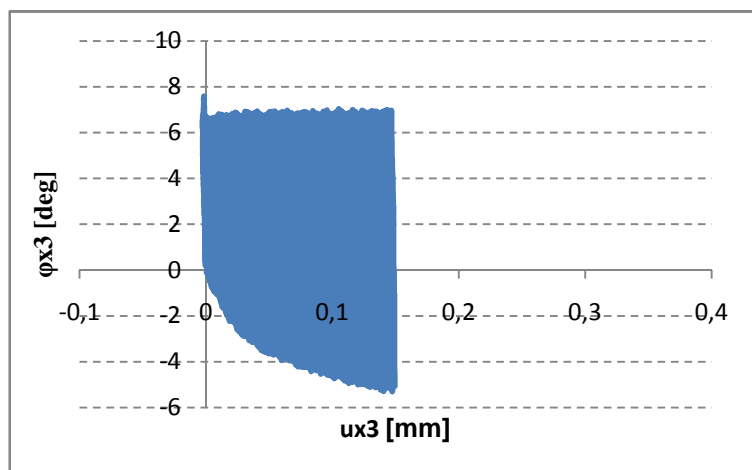
Obr. 50: Rozvoj úhlu zkroucení vzorku φ_{x3} při experimentu



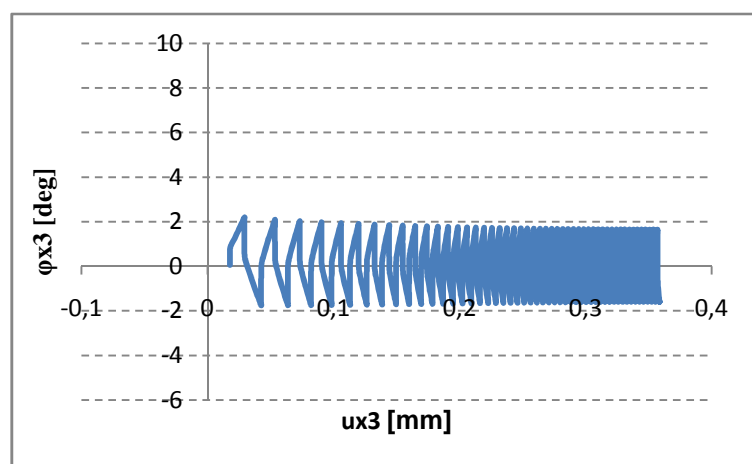
Obr. 51: Rozvoj úhlu zkroucení vzorku φ_{x3} při simulace

Pro úhel zkroucení φ_{x3} je opět dosaženo výraznější odchylky od experimentu. Experiment vykazuje vyšší hodnotu dosaženého maximálního úhlu zkroucení a dle jeho průběhu materiál v čase změkčuje. Oproti tomu simulace vykazuje cyklické zpevňování. Jelikož byl dutý vzorek zatěžován na jedno uchycení třemi zátěžnými případy, větší shody s experimentem by mohlo být dosaženo, pokud by byl vzorek při simulaci zatěžován stejně. U experimentu je vidět velký vliv historie zatížení.

Pro větší představu o průběhu axiálního přetvoření a úhlu zkroucení při experimentu a simulaci jsou opět níže přiloženy grafy závislosti $\varphi_{x3} = f(u_{x3})$.



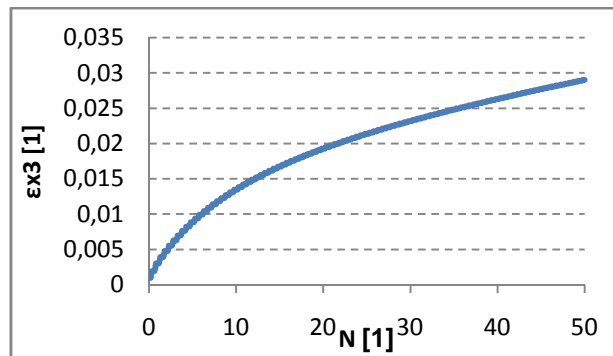
Obr. 52: Rozvoj úhlu zkroucení jako funkce axiální posunutí při zatěžování - experiment



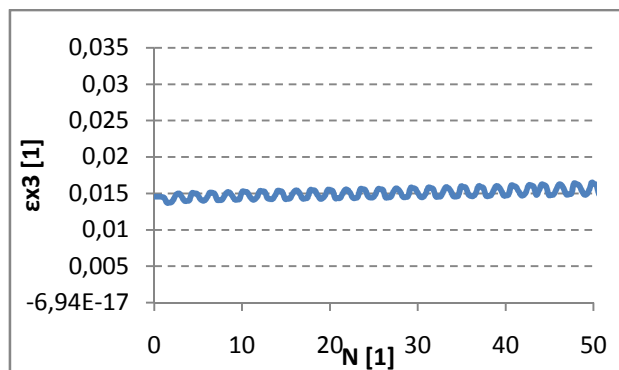
Obr. 53: Rozvoj úhlu zkroucení jako funkce axiální posunutí při zatěžování – simulace

8.2.2 Srovnání výsledků simulace se záznamem pořízeným metodou DICM

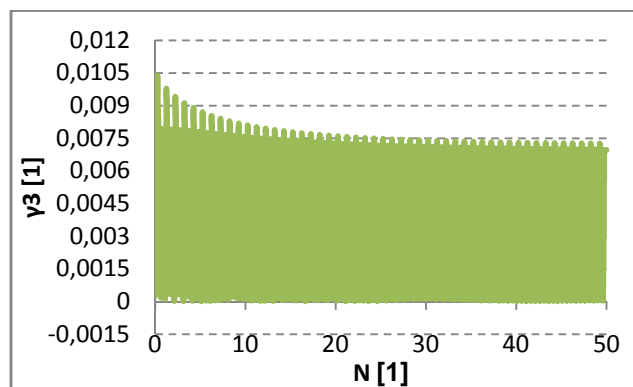
Při realizaci měření metodou DICM došlo v průběhu třetího případu k lokálnímu odlepování nasprejované vrstvy na povrchu vzorku, což pravděpodobně mělo vliv na dosažené výsledky měření. Přesto je vhodné jako v případě 1 provést srovnání s výsledky simulace. Průběh axiální deformace je vidět na obr. 54 a 55. Smykové složky deformace jsou pak zobrazeny na následujících obrázcích.



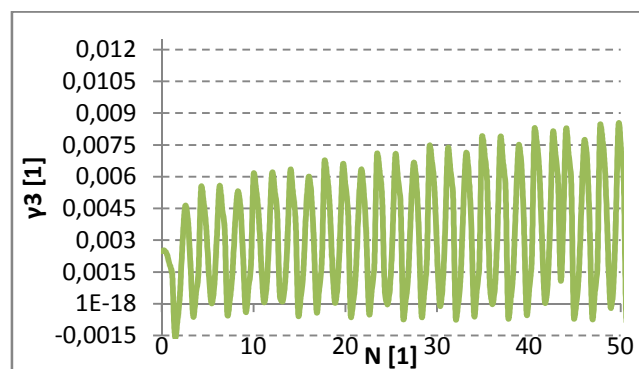
Obr. 54: Rozvoj ϵ_{x3} na počtu cyklů N - simulace



Obr. 55: Rozvoj ϵ_{x3} na počtu cyklů N - DICM



Obr. 56: Rozvoj γ_3 na počtu cyklů N – simulace



Obr. 57: Rozvoj γ_3 na počtu cyklů N - DICM

V případě axiální deformace není shoda simulace s experimentem tak dobrá, jako v případě smykové deformace. Cyklické změkčování zobrazené na obr. 57 se shoduje s trendem zjištěným ze záznamu čelisti (obr. 50). Budeme-li uvažovat, že Chabocheův model v případě neproporcionálního namáhání nezachytí cyklické zpevňování v důsledku neproporcionálního namáhání, pak z výsledků experimentů lze vyslovit hypotézu, že u materiálu 11523 při zvětšování rozkmitu deformace dochází k zeslabování efektu cyklického zpevňování v důsledku neproporcionálního zatěžování.

Pro představu o odlišnosti výsledků dosažené smykové deformace obdržené simulací a experimentem je možno uvést srovnání rozkmitů smykové deformace v 50-tém cyklu pro simulaci a experiment případu 1 a 3.

<i>Případ</i>	<i>SIMULACE</i>	<i>EXPERIMENT</i>
1 - $\Delta\gamma_1$ [1]	0,00436049	0,001601
3 - $\Delta\gamma_3$ [1]	0,007196	0,006522

Tabulka 8: Srovnání rozkmitů smykové deformace simulace a experimentu pro 50-ty cyklus případu 1 a 3

9 ZÁVĚR

Teoretická část diplomové práce popisuje klasické matematické modely umožňující popis napětí-ově-deformačního chování houževnatých materiálů v oblasti cyklické plasticity a jejich implementaci do konečnoprvkových programů. Uvedené poznatky se dají shrnout následovně.

Popis únavy materiálů v podobě empirických vztahů byl dále rozvinut v inkrementální teorie plasticity. Inkrementální teorie plasticity se snaží postihnout změny v chování materiálů v důsledku cyklického zatěžování, jako jsou cyklické zpevňování/změkčování a cyklické tečení (ratcheting).

Z uvedených popisů aplikace inkrementální teorie do konečnoprvkových programů Ansys a MSC.Marc/Mentat je zřejmé, že simulací únavy se v širší míře zabývá program Ansys. Zatímco MSC.Marc/Mentat užívá pouze Chabocheova kombinovaného modelu,

program Ansys nabízí širší spektrum modelů plasticity a umožňuje také jejich vzájemné kombinace, což přispívá k lepšímu popisu skutečného chování materiálu.

Praktická část diplomové práce se zabývá laděním zvolených modelů zpevnění v programu Ansys 11. Jelikož je při simulaci cyklického namáhání vždy nutné u tvárných materiálů použít kinematické pravidlo zpevnění, byl použit Chabocheův nelineární kinematický model zpevnění, který zajišťuje dobrý popis hysterezní smyčky. Na základě experimentů je však známo, že materiál může v důsledku cyklického zatěžování zpevňovat či změkčovat, proto bylo nutné model superponovat s Voceho pravidlem isotropního zpevnění, čímž byl získán Chabocheův kombinovaný model zpevnění. Naladěním modelu na ratcheting získaný silově řízenou zkouškou s proměnnou střední hodnotou bylo dosaženo komplexního popisu chování oceli 11523 v oblasti cyklické plasticity.

Při naladění materiálových parametrů se vycházelo z cyklické deformační křivky, která charakterizuje stabilizovanou napětově deformační odezvu materiálu. Chabocheův model byl naladěn tak, aby mohl být používán pro simulace do hodnoty amplitudy plastické deformace $\varepsilon_{ap} = 0,02$.

Dle zadání byly simulovány zkoušky realizované ve VUHŽ Dobrá a Laboratoři mechanických zkoušek ČVUT v Praze. U simulace proporcionálního namáhání byla modelována pouze zkušební část vzorku. Naladění modelu bylo posuzováno pro dosažený průběh napětí a deformace. Při srovnání s experimentálně obdrženými hodnotami lze získané výsledky označit za vyhovující.

U simulace neproporcionálního namáhání se vytvářel prostorový model vzorku, respektive jeho polovina. Srovnávacími parametry s experimentálními hodnotami byly zaprvé axiální posuv a úhel natočení vzorku a za druhé axiální a smyková deformace. Simulace byla realizována pro 2 případy namáhání. U obou případů namáhání bylo dosaženo lepších výsledků při vyhodnocování axiální či smykové deformace v porovnání s experimentálními daty metody DICM. Shoda z hlediska trendu, nikoliv velikosti, byla obdržena při vyhodnocování axiálního posuvu a úhlu zkroucení. Výsledky simulace neproporcionálního namáhání byly ovlivněny několika aspekty. Simulace neproporcionálního namáhání nebyla řešena jako kontaktní úloha (na úchyty vzorku byl zanedbán přítlak a součinitel tření). Vykonané zkoušky nebyly jako v případě experimentu realizovány za sebou, ale samostatně

(při simulaci se pak neprojevil vliv historie zatěžování). Je známo, že Chabocheův model v případě neproporcionálního namáhání nezachytí cyklické zpevňování v důsledku neproporcionálního namáhání [Benallal/Marquis]. Odstraněním výše uvedených nedostatků by bylo možno očekávat lepší shody výsledů simulací a experimentů pro oba oddíly srovnávacích parametrů.

Použitý model zpevnění správně popisuje pouze chování materiálu 11523 při proporcionálním zatěžování. Je otázkou, zda by bylo lepších výsledků u simulací dosaženo při použití Chabocheova modelu se třemi kinematickými částmi.

10 SEZNAM POUŽITÝCH PRAMENŮ

- [1] KUČERA, J. *Stručný úvod do mechaniky lomu - II. část: Únava materiálu*, skripta VŠB-TUO, 1994, ISBN 80-7078-244-7.
- [2] STRNADEL, B. *Nauka o materiálu – Konstrukční materiály a jejich degradační procesy*, skripta VŠB-TUO, 1993, ISBN 80-7078-207-2.
- [3] HALAMA, R. *Řešení elastoplastické napjatosti dvou těles v bodovém styku pomocí MKP: Disertační práce v oboru Aplikovaná mechanika*, Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2006.
- [4] ANSYS® Academic Research Release 11.0, Help System, Theory reference, ANSYS, INC.
- [5] MSC.Marc® Volume A, Version 2005, Theory and User Information, MSC Software Corporation.
- [6] HALAMA, R., FOJTÍK, F., BRUMEK, J., FUSEK, M. Měření ratchetingu při únavových zkouškách. In *Proceedings of the 11th International Conference Applied Mechanics*, Slovensko, Smolenice, 6.-8. dubna, 2009. Ed. R.Jančo, Bratislava: Bratislava – STU, [CD-ROM], ISBN 978-80-89313-33-4.
- [7] ZAJÍC, P. *Identifikace konstant Chabocheova modelu plasticity: Diplomová práce v oboru Aplikovaná mechanika*, Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2008. 68 s.
- [8] HALAMA, R, AJ. Parameter Identification of Chaboche Nonlinear Kinematic Hardening Model. In: *Sborník konference Aplikovaná mechanika 2007, Malenovice 16.-19.4.2007*. Ed. Frydryšek K. et al. Ostrava: VŠB-TUO Katedra pružnosti a pevnosti, 2007, s . 97-98. ISBN 978-80-248-1389-9.
- [9] HALAMA, R. Modifikace modelu cyklické plasticity s ohledem na multiaxiální ratcheting, část I. Základní popis a srovnání simulace s experimenty. In: *Sborník konference Aplikovaná mechanika 2005, Hrotovice 29.3.-1.4.2005*. s.31-32, ISBN 80-214-2373-0.

- [10] CHABOCHE, J. L. On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Ratchetting Effects, *Internation Journal of Plasticity*, 1991, Vol. 7, pp. 661-678
- [11] Benallal, A., Marquis, D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elasto-viscoplasticity. *ASME J. Engng. Mater. Techn.* 109, pp. 326-336 (1987).
- [12] Tanaka, E. A nonproportionality parameter and a cyclic viscoplastic constitutive model taking into account amplitude dependences and memory effects of isotropic hardening. *European journal of mechanics. A. Solids*, 1994, Vol.13, pp. 155-173.